



INFO

- Le PGCD de deux nombres entiers est leur Plus Grand Commun Diviseur.
- Pour le calculer, on utilise **l'algorithme d'Euclide**, qui est une suite de divisions entières. La méthode s'arrête quand la division « tombe juste » (son reste est nul).
- On peut aussi utiliser la méthode des soustractions successives, qui est plus longue. On soustrait jusqu'à obtenir zéro.

EXERCICE CORRIGE

① Calcule le PGCD de 145 et de 100.

On calcule le **PGCD** de 145 et 100 avec l'algorithme d'Euclide

$$\begin{array}{r|l} 145 & 100 \\ 45 & 1 \end{array} \quad \text{(on divise plus grand des deux nombres par le plus petit)}$$

Donc $145 = 100 \times 1 + 45$

$$\begin{array}{r|l} 100 & 45 \\ 10 & 2 \end{array} \quad \text{(on divise le diviseur précédent 100 par le reste 45)}$$

Donc $100 = 45 \times 2 + 10$

$$\begin{array}{r|l} 45 & 10 \\ 5 & 4 \end{array} \quad \text{(on recommence jusqu'à obtenir un reste nul, c'est-à-dire égal à zéro)}$$

Donc $45 = 10 \times 4 + 5$

$$\begin{array}{r|l} 10 & 5 \\ 0 & 2 \end{array} \quad \text{Donc } 10 = 5 \times 2 + 0$$

Le **PGCD** de 145 et 100 est le dernier reste non nul, c'est-à-dire 5



INFO

On n'utilise **jamais** le quotient dans les calculs : il représente juste le nombre de soustractions que l'on aurait du faire avec la méthode moins rapide des soustractions successives. La 3^{ème} division remplace 4 soustractions !

EXERCICE A COMPLETER

② Recopie et complète :

Énoncé : calcule le PGCD de 190 et 44 en utilisant l'algorithme d'Euclide.

Solution :

On ... le ... de 190 et 44 avec l'... d'...

$$\begin{array}{r|l} 190 & 44 \\ 14 & \dots \end{array} \quad \text{Donc } 190 = 44 \times \dots + 14$$

$$\begin{array}{r|l} 44 & 14 \\ \dots & \dots \end{array} \quad \text{Donc } 44 = \dots \times 3 + \dots$$

$$\begin{array}{r|l} 7 & \\ 0 & \dots \end{array} \quad \text{Donc } \dots = 7 \times \dots + 0$$

Le PGCD de 190 et 44 est le ... reste ...
..., c'est-à-dire ...

③ a) Calcule le PGCD de 138 et de 63 par la méthode des soustractions successives :

b) Retrouve le résultat du a) avec la méthode d'Euclide.

c) Quelle méthode demande le moins de calculs ?

④ Calcule le PGCD des nombres suivants en précisant la méthode choisie :

a) 87 et 232 ; b) 295 et 177 ; c) 1 592 et 784.

⑤ Marie doit déterminer le PGCD de 2 004 et de 18. Elle souhaite utiliser la méthode des soustractions successives.

a) Est-ce habile ? Pourquoi ?

b) Calcule ce PGCD par la méthode la plus appropriée.

COMME LE 1 ET LE 2

⑥ a) Détermine tous les diviseurs communs de 48 et 60, puis déduis-en leur PGCD.

b) Vérifie avec l'algorithme d'Euclide.

c) trouve deux nombres dont le PGCD est 36, en expliquant ta méthode.

d) Le PGCD de deux nombres est 54. Le plus grand des deux est 378. Quel peut être l'autre nombre ?