3ème	SIMPLIFIER UNE FRACTION	Ar3

INFO

- Pour simplifier une fraction au maximum, il faut diviser le numérateur et le dénominateur par leur PGCD.
- On dit qu'une fraction est **irréductible** quand elle est simplifiée au maximum, c'est-à-dire quand le numérateur et le dénominateur sont premiers entre eux (leur PGCD vaut 1).
- En général, on calculera le PGCD en utilisant l'algorithme d'Euclide.

EXERCICE CORRIGE

① Quand c'est possible, simplifie ces fractions au maximum : **a)** $\frac{33}{144}$ **b)** $\frac{99}{41}$.

a) On calcule le PGCD de 33 et 144 avec l'algorithme d'Euclide.

$\begin{array}{r|l} 144 & 33 \\ \hline 12 & 4 \end{array}$ Donc $144 = 33 \times 4 + 12$

$\begin{array}{r|l} 33 & 12 \\ \hline 9 & 2 \end{array}$ Donc $33 = 12 \times 2 + 9$

$\begin{array}{r|l} 12 & 9 \\ \hline 3 & 1 \end{array}$ Donc $12 = 9 \times 1 + 3$

$\begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ \hline 0 & 3 \end{array}$ Donc $9 = 3 \times 3 + 0$

Donc le PGCD de 33 et 144 est 3 : $\frac{33}{144} = \frac{33 \div 3}{144 \div 3} = \frac{11}{48}$

b) On calcule le PGCD de 99 et 41 avec l'algorithme d'Euclide.

$\begin{array}{r|l} 99 & 41 \\ \hline 17 & 2 \end{array}$ Donc $99 = 41 \times 2 + 17$

$\begin{array}{r|l} 41 & 17 \\ \hline 7 & 2 \end{array}$ Donc $41 = 17 \times 2 + 7$

$\begin{array}{r|l} 17 & 7 \\ \hline 3 & 2 \end{array}$ Donc $17 = 7 \times 2 + 3$

$\begin{array}{r|l} 7 & 3 \\ \hline 1 & 2 \end{array}$ Donc $7 = 3 \times 2 + 1$

$\begin{array}{r|l} 3 & 1 \\ \hline 0 & 3 \end{array}$ Donc $3 = 1 \times 3 + 0$

Donc le PGCD de 99 et 41 est 1 : 99 et 41 sont premiers entre eux, la fraction $\frac{99}{41}$ est irréductible.

EXERCICE A COMPLETER

② *Recopie et complète :*

Énoncé : Écris la fraction $\frac{217}{203}$ sous forme irréductible.

Solution :

$\begin{array}{r|l} 217 & 203 \\ \hline 14 & \ldots \end{array}$ Donc $217 = 203 \times \ldots + 14$

$\begin{array}{r|l} 203 & 14 \\ \hline \ldots & \ldots \end{array}$ Donc $203 = \ldots \times \ldots + 7$

$\begin{array}{r|l} & 7 \\ \hline 0 & \ldots \end{array}$ Donc $\ldots = 7 \times \ldots + 0$

Le PGCD de 217 et 203 est …

Donc $\frac{217}{203} = \frac{217 \div \ldots}{\ldots \div \ldots} = \frac{\ldots}{29}$.

COMME LE ① ET LE ②

③ Écris ces fractions sous forme irréductible, quand c'est possible :

a) $\frac{609}{465}$; **b)** $\frac{171}{122}$; **c)** $\frac{102}{141}$; **d)** $\frac{221}{255}$.

④ **a)** Montre que $\frac{36}{47}$ est une fraction irréductible.

b) Montre que $\frac{216}{282}$ est égale à $\frac{36}{47}$.

⑤ On donne $A = \frac{117}{63}$ et $B = -\frac{8}{7}$.

a) Simplifie A pour la rendre irréductible.
b) Montre (en détaillant tes calculs) que A – B est un nombre entier.

⑥ **a)** Détermine le PGCD de 345 et 184.

b) Écris sous forme de fraction irréductible, puis sous forme décimale, le nombre $A = \frac{345}{184} - \frac{5}{4}$.