



Il faut savoir reconnaître et résoudre les problèmes dont la solution est le PGCD (Plus Grand Diviseur Commun) de nombres entiers. Il représente le plus grand nombre qui divise en même temps deux entiers.

EXERCICE CORRIGÉ

① Un confiseur doit vendre 3 150 bonbons et 1 350 sucettes.

Il veut réaliser des paquets contenant tous le même nombre de bonbons et le même nombre de sucettes, en utilisant tous les bonbons et toutes les sucettes.

- a) Quel nombre maximal de paquets pourra-t-il réaliser ?
- b) Combien y aura-t-il de bonbons et de sucettes dans chaque paquet ?

a) Le confiseur veut répartir 3 150 bonbons et 1 350 sucettes, le nombre de paquets doit donc diviser 3 150 et 1 350. Comme on cherche le nombre maximal de paquets, il faut calculer le PGCD de 3 150 et 1 350, avec l'algorithme d'Euclide.

$$\begin{array}{r|l} 3150 & 1350 \\ 450 & 2 \\ \hline 1350 & 450 \\ 0 & 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} 3\,150 = 1\,350 \times 2 + 450 \\ 1\,350 = 450 \times 3 + 0 \end{array}$$

Le PGCD de 3 150 et 1 350 est le dernier reste non nul, soit 450.

Le confiseur pourra ainsi préparer au maximum 450 paquets identiques.

b) $\frac{3\,150}{450} = 7$ et $\frac{1\,350}{450} = 3$

Donc chaque paquet contiendra 7 bonbons et 3 sucettes.



INFO

Pense à t'aider d'un dessin dans tous les exercices de cette fiche !

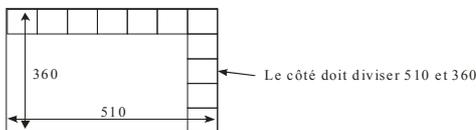
EXERCICE A COMPLÉTER

② Recopie et complète :

Énoncé : on veut recouvrir une pièce rectangulaire de 5,1 m sur 3,6 m par des dalles de moquette carrées identiques. Le côté des carrés est un nombre entier de centimètres de façon qu'il n'y ait aucune découpe et que le nombre de dalles soit le plus petit possible.

- a) Calcule la longueur du côté d'une dalle.
- b) Calcule le nombre de dalles utilisées.

Solution :



On ... le ... de 510 et 360 avec l'... d'...

$$\begin{aligned} 510 &= 360 \times \dots + \dots \\ \dots &= 150 \times 2 + \dots \\ 150 &= 60 \times \dots + \dots \\ 60 &= \dots \times \dots + 0 \end{aligned}$$

Le PDCG de ... et ... est le ... reste non ..., soit 30.

Donc chaque dalle sera un ... de côté ... cm.

b) $\frac{510}{30} = \dots$ et $\frac{\dots}{\dots} = 12$

$\dots \times 12 = \dots$

Il faut ... dalles pour recouvrir la pièce.

Les dalles rentrent « pile » en longueur et en largeur, donc le côté de la dalle divise 510 et 360.



INFO

③ On plante des arbres autour d'un terrain rectangulaire de côtés 98 m et 70 m. L'espace entre les arbres est toujours le même, avec un arbre à chaque coin.

- a) Calcule la plus grande distance possible entre deux arbres consécutifs.
- b) Calcule le nombre d'arbres qu'il faut acheter.

④ Les dimensions d'une caisse sont 105 cm, 165 cm et 105 cm. On veut réaliser des boîtes cubiques, les plus grandes possibles, qui permettent de remplir entièrement la caisse. Quelle doit être l'arête de ces boîtes et combien de telles boîtes peut-on placer dans la caisse ?

⑤ Un boulanger a préparé une grande pizza rectangulaire de 56 cm sur 35 cm. Il la découpe en parts carrées identiques dont le côté est un nombre entier de centimètres, le plus grand possible. Calcule la dimension des parts ainsi que leur nombre.



COMME LE 1 ET LE 2

2