Chapitre 2 TRIGONOMÉTRIE

INTRODUCTION

« Trigonométrie » signifie « mesure des triangles », du grec *tri-gonos*, « tri-angle » et *metron*, « mesure ».
L'étude des angles et des longueurs dans un triangle est apparue dès le III^{e} siècle avant JC : les astronomes babyloniens ne pouvaient pas mesurer les distances entre les étoiles et les planètes, mais ils pouvaient mesurer des angles. Ils ont donc créé la trigonométrie qui permet de passer des mesures d'angles aux mesures de longueur.

OBJECTIFS

- Tg1 Connaître les fonctions trigonométriques
- Tg2 Calculer un côté avec la trigonométrie
- Tg3 Calculer un angle avec la trigonométrie
- Py1 Calculer une longueur avec le théorème de Pythagore
- Py2 Démontrer qu'un triangle est rectangle ou pas

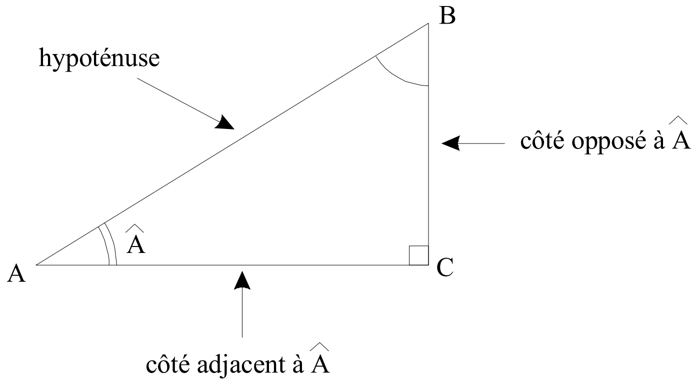
ATTENDUS : *L'élève utilise les lignes trigonométriques dans un triangle rectangle pour calculer des longueurs ou des mesures d'angles. Il sait calculer une longueur d'un côté d'un triangle rectangle à partir de la connaissance des longueurs des deux autres côtés. Il démontre qu'un triangle est un triangle rectangle à partir de la connaissance des longueurs de ses côtés.*

Définition 1 : dans le triangle ABC rectangle en C, on définit le **cosinus**, le **sinus** et la **tangente** de l'angle aigu $\widehat{A}$:

$$\cos \widehat{A} = \frac{\text{« côté adjacent »}}{\text{« hypoténuse »}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\sin \widehat{A} = \frac{\text{« côté opposé »}}{\text{« hypoténuse »}} = \frac{BC}{AB}$$

$$\tan \widehat{A} = \frac{\text{« côté opposé »}}{\text{« côté adjacent »}} = \frac{BC}{AC}$$



Remarques :

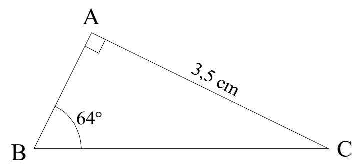
- le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont toujours compris entre 0 et 1 ;
- la tangente d'un angle aigu est toujours un nombre positif.

Exercices n° 1 à 4 X321
Définitions des fonctions trigonométriques.

Exercices n° 5 à 6 X321
Utilisation de la calculatrice.

Méthode 1 : calculer une longueur en utilisant la trigonométrie.

Exemple : ABC est un triangle rectangle en A tel que $\widehat{ABC} = 64\,°$ et $AC = 3{,}5$ cm.
Calcule la longueur BC arrondie au mm près.



① On sait que : ABC est rectangle en A.
② On applique : la trigonométrie.
③ On conclut :

$$\sin \widehat{ABC} = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin 64° = \frac{3{,}5}{BC}$$

Les produits en croix sont égaux

$$BC \times \sin 64° = 3{,}5$$

$$BC = \frac{3{,}5}{\sin 64°} \approx 3{,}9 \text{ (en cm)}.$$

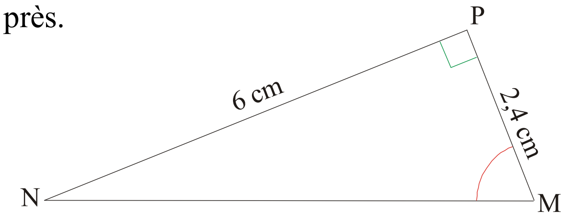
Donc [BC] mesure environ 3,9 cm.

Exercices n° 7 à 9 X321
Calculs de longueurs.

Exercices n° 10 à 13 X321
Problèmes de calculs de longueurs.

Méthode 2 : calculer un angle dans un triangle rectangle.
Exemple : MNP est un triangle rectangle en P tel que MP = 2,4 cm et PN = 6 cm.

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{NMP}$ arrondie au degré près.



① On sait que : MNP est rectangle en P.
② On applique : la trigonométrie.
③ On conclut :

$$\tan \widehat{NMP} = \frac{NP}{MP} = \frac{6}{2,4} = 2,5.$$

Avec la calculatrice ($\boxed{\text{Shift}}$ $\boxed{\text{tan}}$ ou $\boxed{\text{Inv}}$ $\boxed{\text{tan}}$ ou $\boxed{2^{nd}}$ $\boxed{\text{tan}}$) on trouve que $\widehat{NMP} \approx 68°$.

Exercices n° 1 à 5 X322
Calculs d'angles.

Exercices n° 6 à 10 X322
Problèmes de calculs d'angles.