Chapitre 4 LA PROPORTIONNALITE

INTRODUCTION

Le symbole du pourcentage est apparu pour la première fois vers 1425 dans un manuscrit italien d'origine inconnue. Le symbole utilisé était un peu différent de celui que l'on utilise aujourd'hui. Finalement, c'est vers 1650 que le symbole utilisé devint $\frac{o}{o}$. Puis, plus tard, la barre horizontale est devenue oblique pour donner le symbole % que l'on utilise aujourd'hui.

OBJECTIFS

- Pp3 Calculer une 4e proportionnelle
- Pp5 Calculer et utiliser un pourcentage
- Pp6 Calculer et utiliser une échelle
- Pp7 Calculer avec des vitesses
- Pp8 Calculer avec des grandeurs-produits
- Pp9 Appliquer un pourcentage d'augmentation ou de réduction
- Pp10 Partager une quantité selon un ratio donné

ATTENDUS : *L'élève partage une quantité en deux ou trois parts selon un ratio donné. Il reconnaît une situation de proportionnalité ou de non proportionnalité entre deux grandeurs. Il résout des problèmes de proportionnalité dans diverses situations pouvant faire intervenir des pourcentages ou des échelles. Il mène des calculs sur des grandeurs mesurables, notamment des grandeurs composées, et exprime les résultats dans les unités adaptées. Il résout des problèmes utilisant les conversions d'unités sur des grandeurs composées. Il sait convertir des m^3/s en L/min et inversement (pour des débits) ; il sait convertir des km/h en m/s et inversement (pour des vitesses). Il utilise le lien entre pourcentage d'évolution et coefficient multiplicateur. Il résout des problèmes en utilisant la proportionnalité dans le cadre de la géométrie.*

I . Calculs de pourcentages

Exercices n° 1 à 4 X341
Pp10 : Partager une quantité selon un ratio donné

Exercices n° 5 à 7 X341
Pp5 : Calculer et utiliser un pourcentage

Propriété 1 :

- augmenter de x % revient à multiplier par $\left(1 + \frac{x}{100}\right)$;
- diminuer de x % revient à multiplier par $\left(1 + \frac{x}{100}\right)$.

Exemple 1 : une jupe qui coûtait 28 € est soldée de 15 %.
Calculer le prix soldé.

$1 - \frac{15}{100} = 1 - 0{,}15 = 0{,}85.$
Diminuer un prix de 15 % revient à le multiplier par 0,85.
$28 \times 0{,}85 = 23{,}8$ (en €).
La jupe coûte maintenant 23,80 €.

Exemple 2 : un ordinateur coûte 713 € HT, un onduleur 60 € HT et un bureau 210 € HT.
Calculer leur prix TTC (arrondi au centime près), sachant que le taux de TVA est 20 %.

$1 + \frac{20}{100} = 1{,}2.$
Augmenter un nombre de 20 % revient à le multiplier par 1,2.
- $713 \times 1{,}2 = 855{,}6$ (en €).
- $60 \times 1{,}2 = 72$ (en €).
- $210 \times 1{,}2 = 252$ (en €).

L'ordinateur coûte 855,60 € TTC, l'onduleur 72 € et le bureau 252 €.

Exemple 3 : un pull soldé 25 % coûte maintenant 18 €.
Calculer son prix avant les soldes.

$1 - \frac{25}{100} = 1 - 0{,}25 = 0{,}75.$
Diminuer un prix de 25 % revient à le multiplier par 0,75.
Soit x le prix du pull avant les soldes.
$x \times 0{,}75 = 18$
$\frac{x \times 0{,}75}{0{,}75} = \frac{18}{0{,}75}$
$x = 24$
Le pull coûtait 24 € avant les soldes.

Exercices n° 8 à 17 X341
Pp9 : Appliquer un pourcentage d'augmentation ou de réduction

II . Grandeurs quotients, vitesses

Exercices n° 1 à 4 X342

Pp6 : Calculer et utiliser une échelle

Propriété 2 : la vitesse moyenne v est le quotient de la distance parcourue d par le temps de parcours t.

$$\boxed{v = \frac{d}{t}}$$

Exemple 4 : ce matin, Tatiana a couru 1 500 m en 5 minutes.

a) Calculer sa vitesse moyenne en m/s.

b) La calculer en km/h.

a) $\frac{1\ 500\text{ m}}{5\text{ min}} = \frac{1\ 500\text{ m}}{5 \times 60\text{ s}} = \frac{1\ 500\text{ m}}{300\text{ s}} = 5$ (en m/s)

Tatiana a couru à une vitesse moyenne de 5 m/s.

b) $\frac{1\ 500\text{ m}}{5\text{ min}} = \frac{1{,}5\text{ km}}{\frac{5}{60}\text{ h}} = 1{,}5 \times \frac{60}{5} = 1{,}5 \times 12 = 18$ (en km/h) .

Sa vitesse est 18 km/h.

Exemple 5 : une voiture roule à vitesse constante de 120 km/h.

a) Quelle distance parcourt-elle en 3 h 20 min ?

b) Combien lui faut-il de temps pour parcourir 930 km ?

c) Quelle est sa vitesse en mètres par seconde, arrondie à l'unité ?

a) La voiture roule à vitesse constante, donc la distance parcourue est proportionnelle au temps.

3 h 20 min $= 3 \times 60 + 20 = 180 + 20 = 200$ (en min)

Distance en km	120	d	930
Temps en minutes	60	200	t

Les produits en croix sont égaux : $d \times 60 = 120 \times 200$.

Donc $d = \frac{120 \times 200}{60} = 400$ (en km).

En 3 h 20 min, la voiture parcourt 400 km.

b) Les produits en croix sont égaux : $t \times 120 = 60 \times 930$.

Donc $t = \frac{60 \times 930}{120} = 7{,}75$ (en h).

$0{,}75 \times 60 = 45$ (en min).

Il lui faut 7 h et 45 min pour parcourir 930 km.

c) $\frac{120\text{ km}}{1\text{ h}} = \frac{120\ 000\text{ m}}{3\ 600\text{ s}} \approx 33$ (en m/s)

La vitesse est d'environ 33 m/s.

Exercices n° 5 à 9 X342

Pp7 : Calculer avec des vitesses

Exemple 6 : la masse volumique μ est égale au quotient de la masse *m* par le volume *V* : $\mu = \frac{m}{V}$

a) 1 litre d'eau pèse 1 kg. Calculer sa masse volumique μ_1 en kg/m^3.
b) 20 dm^3 d'ébène pèsent 23 kg. Calculer sa masse volumique μ_2 en kg/m^3.
c) 6 L d'essence pèsent 4 500 g. Calculer sa masse volumique μ_3 en kg/m^3.

a) 1 L = 1 dm^3 = 0,001 m^3.

$$\mu_1 = \frac{1 \text{ (en kg)}}{1 \text{ (en L)}} = \frac{1 \text{ (en kg)}}{0{,}001 \text{ (en m}^3\text{)}} = 1\ 000 \text{ (en kg/m}^3\text{)}.$$

La masse volumique de l'eau est 1 000 kg/m^3.

b) $\mu_2 = \frac{23 \text{ (en kg)}}{20 \text{ (en dm}^3\text{)}} = \frac{23 \text{ (en kg)}}{0{,}02 \text{ (en m}^3\text{)}} = 1\ 150 \text{ (en kg/m}^3\text{)}.$

La masse volumique de l'ébène est 1 150 kg/m^3 : elle est supérieure à celle de l'eau, donc l'ébène est un bois qui ne flotte pas !

c) $\mu_3 = \frac{4\ 500 \text{ (en g)}}{6 \text{ (en L)}} = \frac{4{,}5 \text{ (en kg)}}{0{,}006 \text{ (en m}^3\text{)}} = 750 \text{ (en kg/m}^3\text{)}.$

La masse volumique de l'essence est 750 kg/m^3 : elle est inférieure à celle de l'eau, donc l'essence reste à la surface de l'eau.

Exercices n° 10 à 14 X342

Pp8 : Calculer avec des grandeurs-produits