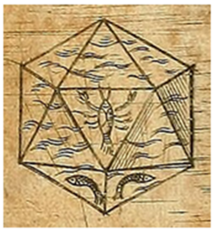
Chapitre 8 GÉOMÉTRIE DANS L'ESPACE

INTRODUCTION

Depuis les mathématiques grecques, les solides de Platon furent un sujet d'étude des géomètres en raison de leur esthétique et de leurs symétries. En référence au nombre de faces (4, 6, 8, 12 et 20) qui les composent, ils sont nommés couramment tétraèdre, hexaèdre ou cube, octaèdre, dodécaèdre et icosaèdre.

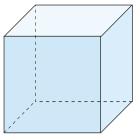
OBJECTIFS

- So3 Construire le patron d'un cylindre
- So4 Construire le patron d'un prisme
- So5 Calculer le volume d'un cylindre
- So8 Construire le patron d'une pyramide
- So9 Construire le patron d'un cône
- So10 Calculer le volume d'une pyramide
- So11 Calculer le volume d'un cône
- So12 Calculer le volume d'une boule
- So13 Se repérer dans un pavé droit
- So14 Se repérer sur une sphère
- So16 Comprendre les sections de solides
- So17 Calculer des volumes complexes
- So18 Convertir des unités de longueur, aire, volume
- So19 Calculer le volume d'un prisme

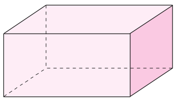
Attendus : *L'élève utilise le vocabulaire du repérage : abscisse, ordonnée, altitude. Il se repère dans un pavé droit. Il se repère sur une sphère (latitude, longitude). Il construit et met en relation différentes représentations des solides étudiés au cours du cycle (représentations en perspective cavalière, vues de face, de dessus, en coupe, patrons) et leurs sections planes. Il calcule le volume d'un pavé droit, d'un prisme droit, d'un cylindre. Il calcule le volume d'une pyramide, d'un cône. Il calcule le volume d'une boule. Il calcule les volumes d'assemblages de solides étudiés au cours du cycle. Il effectue des conversions d'unités de longueurs, d'aires, de volumes et de durées. Il utilise la correspondance entre les unités de volume et de contenance (1 L = 1 dm^3, 1 000 L = 1 m^3) pour effectuer des conversions.*

I . Volumes de solides

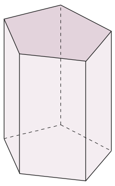
Propriété 1 : rappels sur les formules de calcul de volumes



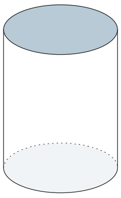
- Cube : arête au cube = arête × arête × arête



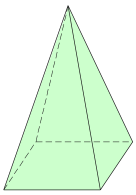
- Pavé droit : longueur × largeur × hauteur



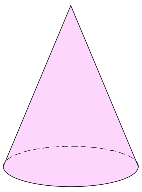
- Prisme droit : aire de la base × hauteur



- Cylindre : aire de la base × hauteur = rayon au carré × π × hauteur



- Pyramide : $\dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$



- Cône : $\dfrac{\text{aire de la base} \times \text{hauteur}}{3} = \dfrac{\text{rayon au carré} \times \pi \times \text{hauteur}}{3}$

Exemple :

a) Calculer le volume d'un cylindre de rayon 5 cm et de hauteur 12 cm.
b) Arrondir à l'unité et convertir en litres.

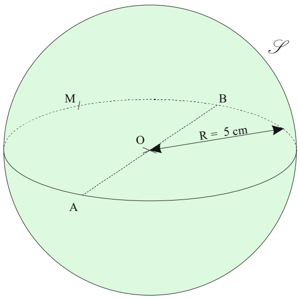
a) $5^2 \times \pi \times 12 = 25 \times \pi \times 12 = 300\pi$ (en cm^3).
Le cylindre a un volume exact de 300π cm^3.
b) $300\pi \approx 942$
1 L = 1 dm^3 = 1 000 cm^3.
Donc 942 cm^3 = 0,942 L.

Propriété 2 : le volume d'une boule de rayon r est égal à : $\boxed{\frac{4}{3} \times \pi \times r^3}$

Exemple : calculer le volume d'une boule de rayon 5 cm (arrondir à l'unité).

$\frac{4}{3} \times \pi \times 5^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times 125 = \frac{4 \times 125}{3} \times \pi = \frac{500\pi}{3} \times 524$ (en cm^3).

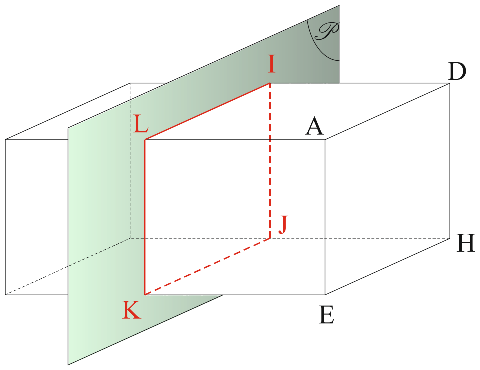
La boule a un volume exact de $\frac{500\pi}{3}$ cm^3, soit environ 524 cm^3.

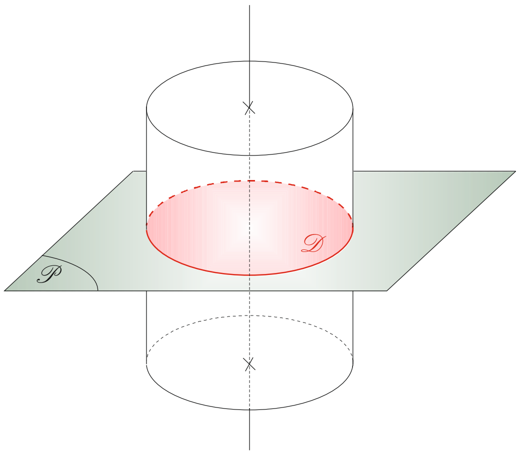


II . Sections de solides

Propriété 3 : la section d'un prisme droit ou d'un cylindre par un plan parallèle à sa base est une figure superposable avec sa base.

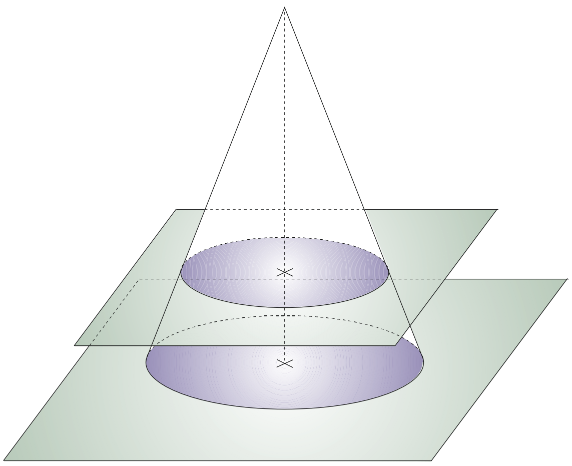
Exemples :

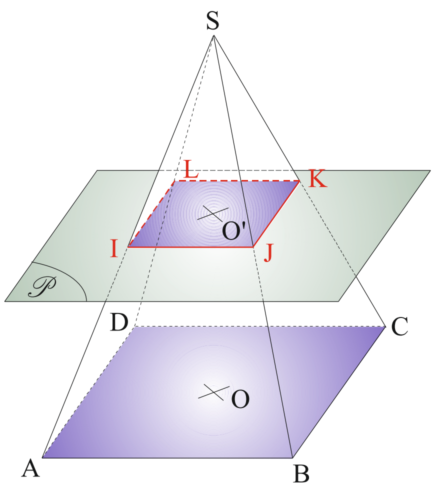




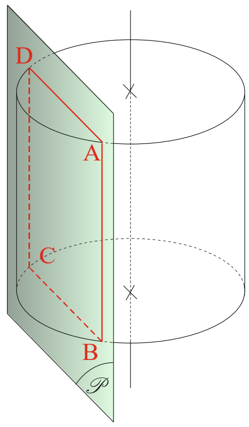
Propriété 4 : la section d'une pyramide ou d'un cône par un plan parallèle à sa base est une réduction de cette base.

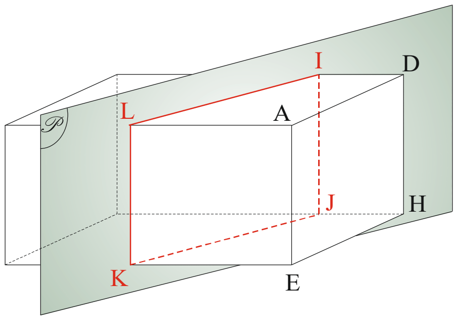
Exemples :





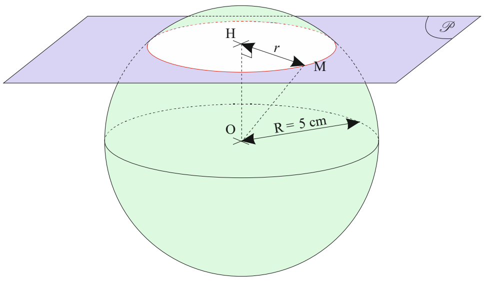
Exemples : quelques cas où le plan de coupe n'est pas parallèle à la base.

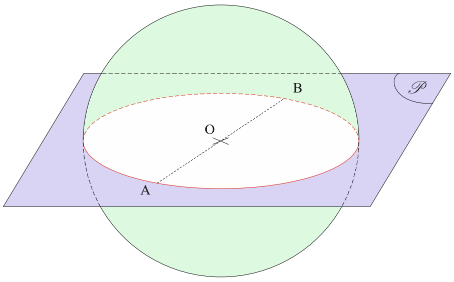




Propriété 5 : la section d'une sphère par un plan est un cercle.

Exemples :





Exercices n° 1 à 7 X381

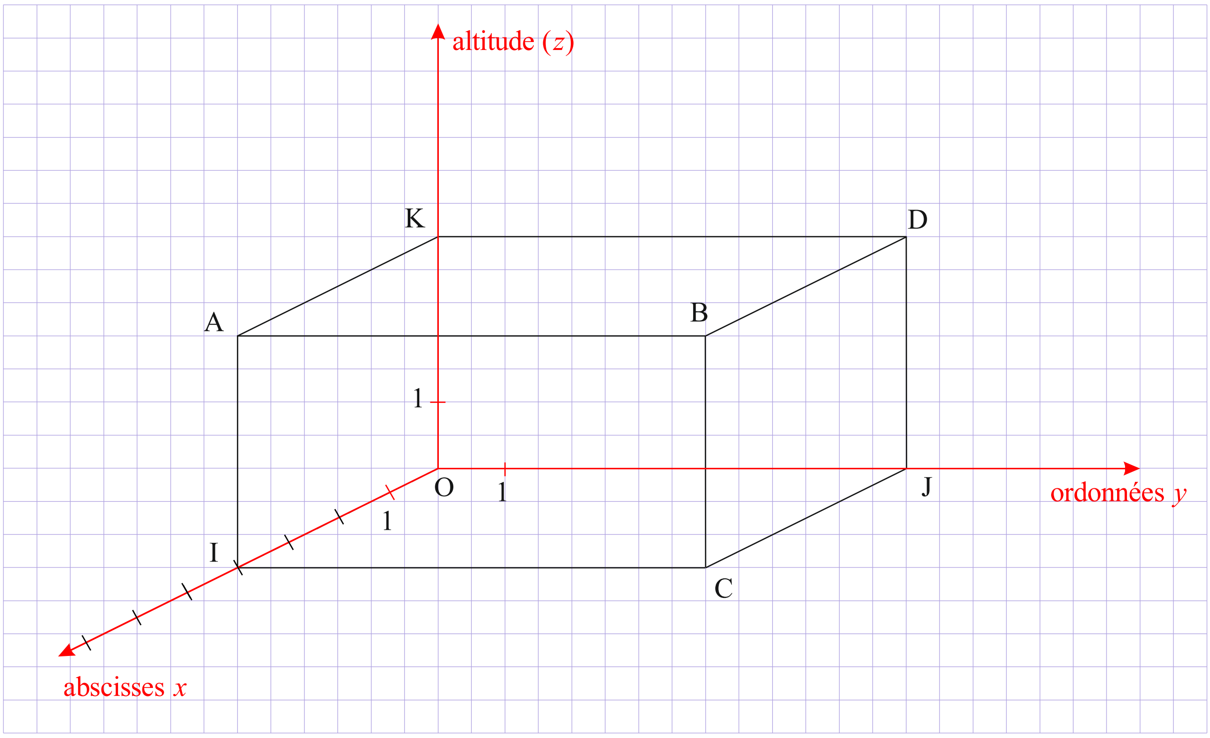
So16 : Comprendre les sections de solides

So17 : Calculer des volumes complexes

III . Repérage dans l'espace

Propriété 6 : dans un pavé droit, on se repère avec trois coordonnées lues sur trois arêtes : abscisse, ordonnée et altitude.

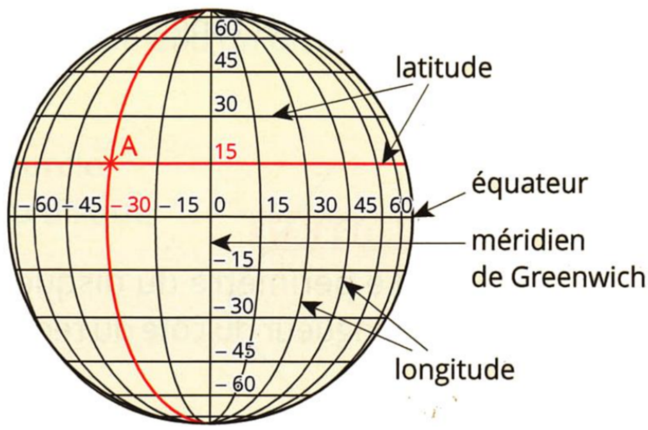
Exemple : donner les coordonnées des points.



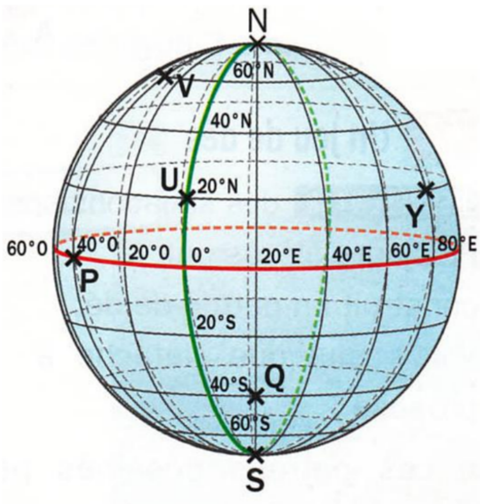
O(0 ;0 ; 0)
I (4 ; 0 ; 0)
J(0 ; 7 ; 0)
K((0 ; 0 ; 3,5)
A(4 ; 0 ; 3,5)
B(4 ; 7 ; 3,5)
C(4 ; 7 ; 0)
D(0 ; 7 ; 3,5)

Propriété 7 : sur une sphère, on se repère avec deux coordonnées : latitude (Nord ou Sud) et longitude (Est ou Ouest) :

- la **latitude** est l'angle entre l'équateur et le parallèle du point, il est compris entre 0° et 90° ;
- la **longitude** est l'angle entre le méridien de Greenwich et le méridien du point : il est compris entre 0°et 180°.



Exemple : donner les coordonnées géographiques des points.



P(0° ; 40° O)
Q(40° S ; 0°)
S(90° S ; 0°)
N(90° N ; 0°)
U(20° N ; 0°)
V(60° N ; 40° O)
Y(20° N; 80° E)

Exercices n° 1 à 4 X382
So14 : Se repérer sur une sphère

Exercices n° 5 à 7 X382
So13 : Se repérer dans un pavé droit