Chapitre 9 LES PROBABILITÉS

INTRODUCTION

Les probabilités correspondent à la branche des mathématiques qui vise à mesurer le caractère aléatoire de ce qui pourrait se produire.
L'histoire des probabilités a commencé avec celle des jeux de hasard, apparus dans l'Antiquité (Égypte, Inde, Mésopotamie…) sous forme de dés 3 000 ans avant notre ère. Bien que quelques calculs de probabilité soient apparus dans des applications précises au Moyen Âge (comme pour estimer les valeurs des rentes viagères), ce n'est qu'au XVIIe siècle que la théorie des probabilités est élaborée. Elle évolue sans vrai formalisme pendant deux siècles autour du célèbre problème des partis, de problèmes d'urnes ou d'autres problèmes issus de jeux. Apparaît alors au XXe siècle la théorie classique des probabilités basée sur la théorie de la mesure et la théorie de l'intégration. Cette théorie s'est depuis lors diversifiée dans de nombreuses applications.

OBJECTIFS

- Pr1 Comprendre une expérience aléatoire
- Pr2 Résoudre un problème de probabilités
- Pr3 Comprendre le lien entre fréquences et probabilités

ATTENDUS : *À partir de dénombrements, l'élève calcule des probabilités pour des expériences aléatoires simples à une ou deux épreuves. Il fait le lien entre stabilisation des fréquences et probabilités.*

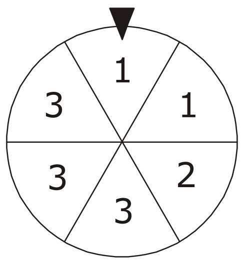
I . Expériences aléatoires à une épreuve

Définition 1 : une **expérience** est dite **aléatoire** quand elle a plusieurs résultats ou **issues** possibles.

Exemple : lorsqu'on lance un dé cubique, il y a six issues possibles, chacune a 1 chance sur 6 de se réaliser : la **probabilité** de chacune est égale à $\frac{1}{6}$.

Remarques :
- la somme des probabilités de toutes les issues est égale à 1 ;
- chaque probabilité est comprise entre 0 (issue impossible) et 1 (issue certaine).

Définition 2 : un **évènement** est constitué d'une ou plusieurs issues d'une expérience.

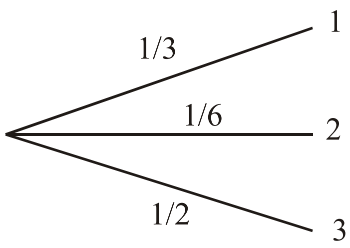


Méthode 1 : calculer une probabilité dans une expérience à une épreuve
Exemple : on tourne une roue et on note le numéro qui s'arrête en face du repère.
1°) Construis l'arbre des issues possibles, pondéré par les probabilités.
2°) Calcule la probabilité de l'évènement E_1 « tirer un nombre impair ».
3°) Calcule la probabilité de l'évènement E_2 « résultat inférieur ou égal à 2 ».

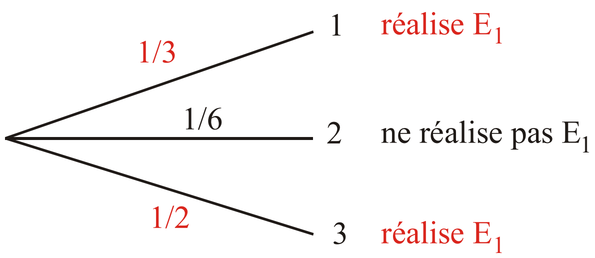
1°) 2 secteurs sur 6 portent le n°1, donc la probabilité de sortie du 1 est $\frac{2}{6}$, soit $\frac{1}{3}$.

De même, ma probabilité de sortie du 2 est $\frac{1}{6}$ et celle de sortie du 3 est $\frac{3}{6}$ soit $\frac{1}{2}$.

D'où l'arbre des possibles :



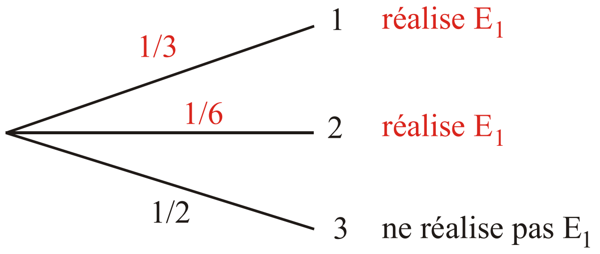
2°) Les issues 1 et 3 réalisent l'évènement E_1.



La probabilité de E_1, notée $p(E_1)$, est :
$p(E_1) = \frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$.

La probabilité de tirer un nombre impair est $\frac{5}{6}$.

3°) Les issues 1 et 2 réalisent l'évènement E_2.



$p(E_2) = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.

La probabilité de tirer un nombre inférieur ou égal à 2 est $\frac{1}{2}$.

Remarque : on peut calculer $p(E_2)$ en soustrayant à 1 la probabilité de l'évènement contraire de E_2, c'est-à-dire tirer 3, seule issue qui n'est pas inférieure ou égale à 2.

$p(E_2) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$.

Exercices n° 1 à 5 X391

Pr1 Résoudre un problème de probabilités (simple épreuve)

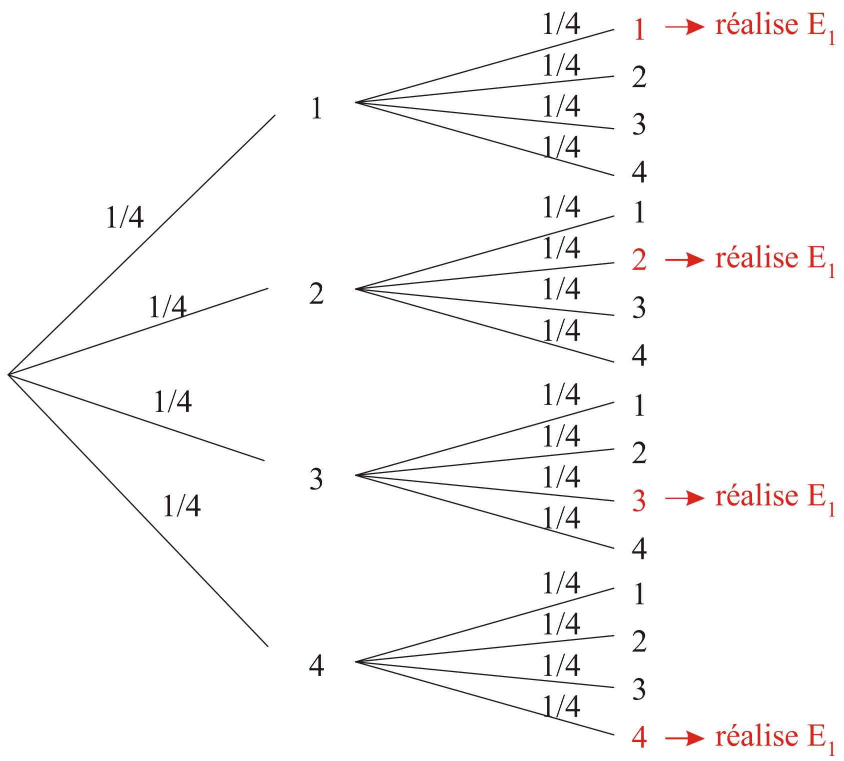
II . Expériences aléatoires à deux épreuves

Exemple : on lance deux dés à 4 faces.

1°) Calcule la probabilité de l'évènement E_1 « obtenir le même chiffre ».

2°) Calcule la probabilité de l'évènement E_2 « obtenir un total de 4 ».

1°)



Pour obtenir un double, il faut tirer 1 et 1, 2 et 2, 3 et 3, 4 et 4.

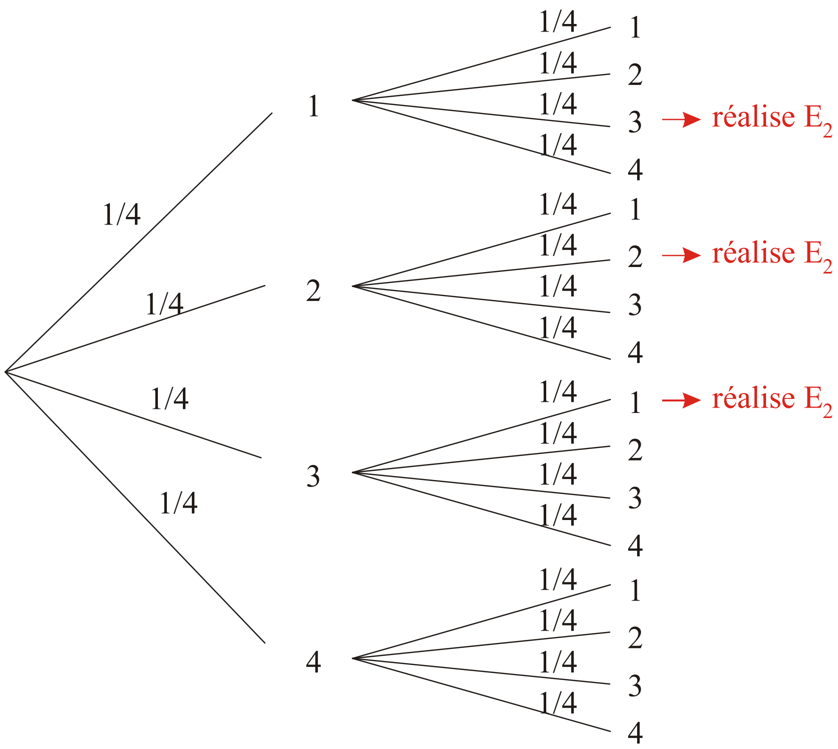
$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

La probabilité de chaque double est $\frac{1}{6}$.

$p(E_1) = 4 \times \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$.

Il y a 1 chance sur 4 d'obtenir un double.

2°)



Pour obtenir un total de 4, il faut tirer 1 et 3, 2 et 2 ou 3 et 1.

$\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

La probabilité de chaque total est $\frac{1}{16}$.

$p(E_2) = 3 \times \frac{1}{16} = \frac{3}{16}$.

Il y a 3 chances sur 16 d'obtenir un total de 4.

Exercices n° 6 à 9 X391

Pr1 Résoudre un problème de probabilités (double épreuve)