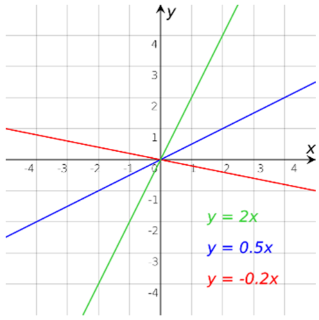
Chapitre 10 FONCTIONS LINÉAIRES ET AFFINES

INTRODUCTION

Les fonctions linéaires traduisent des situations de proportionnalité, leur champ d'application est donc très vaste, du simple calcul de prix aux calculs de vitesses, en passant par les échelles, les pourcentages… Elles sont parmi les fonctions les plus simples, par leurs propriétés nécessitant peu de calculs longs.
Leurs représentations graphiques sont aussi parmi les plus simples, puisque ce sont des droites.



OBJECTIFS

- Fo5 Calculer l'antécédent par une fonction affine
- Fo6 Représenter graphiquement une fonction affine

Attendus : *L'élève détermine de manière algébrique l'antécédent par une fonction, dans des cas se ramenant à la résolution d'une équation du premier degré. Il représente graphiquement une fonction linéaire, une fonction affine. Il interprète les paramètres d'une fonction affine suivant l'allure de sa courbe représentative. Il modélise une situation de proportionnalité à l'aide d'une fonction linéaire. Il résout des problèmes modélisés par des fonctions en utilisant un ou plusieurs modes de représentation.*

I . Fonctions linéaires

Définition 1 : une **fonction linéaire** f est une fonction qui multiplie un nombre x (la variable) par un nombre a (le **coefficient**).

On la note $f : x \longmapsto ax$ ou $f(x) = ax$

Exemple : soit f la fonction linéaire telle que $f : x \longmapsto 4x$.

a) Calculer l'image de 3 et de – 7.
b) Calculer l'antécédent de 17.

a) $f(3) = 4 \times 3 = 12$;
$f(-7) = 4 \times (-7) = -28$.
b) Soit x l'antécédent de 17.
$f(x) = 17$
$4x = 17$
$x = \dfrac{17}{4}$
L'antécédent de 17 est $\dfrac{17}{4}$.

Méthode 1 : tracer la représentation graphique d'une fonction linéaire

Exemple : soit $f_1 : x \longmapsto \dfrac{3}{2}x$.

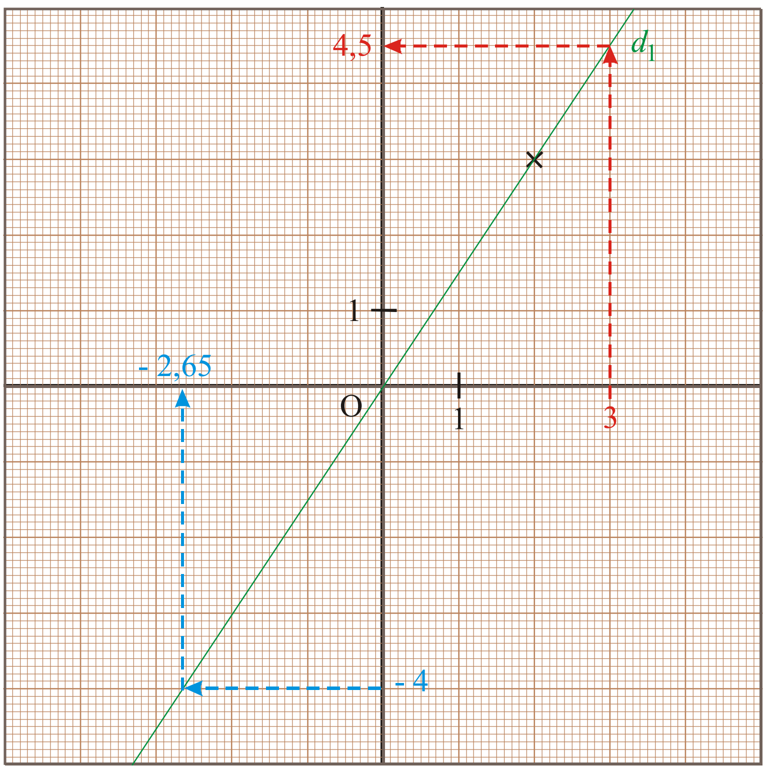
a) Tracer sa représentation graphique (d_1).
b) Lire graphiquement l'image de 3 par f_1, puis l'antécédent de – 4.

a) f_1 est une fonction linéaire, sa représentation graphique (d_1) est donc une droite passant par l'origine du repère.

$f_1(4) = \dfrac{3}{2} \times 2 = \dfrac{3 \times 2}{2} = 3$.

x	0	2
$f_1(x)$	0	3

b) • Graphiquement, l'image de 3 par f_1 est environ 4,5.
• Graphiquement, l'antécédent de – 4 est environ – 2,7.



Exercices n° 1 à 6 X3-10-1
Fo5 Calculer l'antécédent par une fonction affine
Fo6 Représenter graphiquement une fonction affine

II . Fonctions affines

Définition 2 : une **fonction affine** f est une fonction qui multiplie un nombre x (la variable) par un nombre a (le **coefficient**) puis ajoute un nombre b (**l'ordonnée à l'origine**).
On la note $f : x \longmapsto ax + \text{b}$.

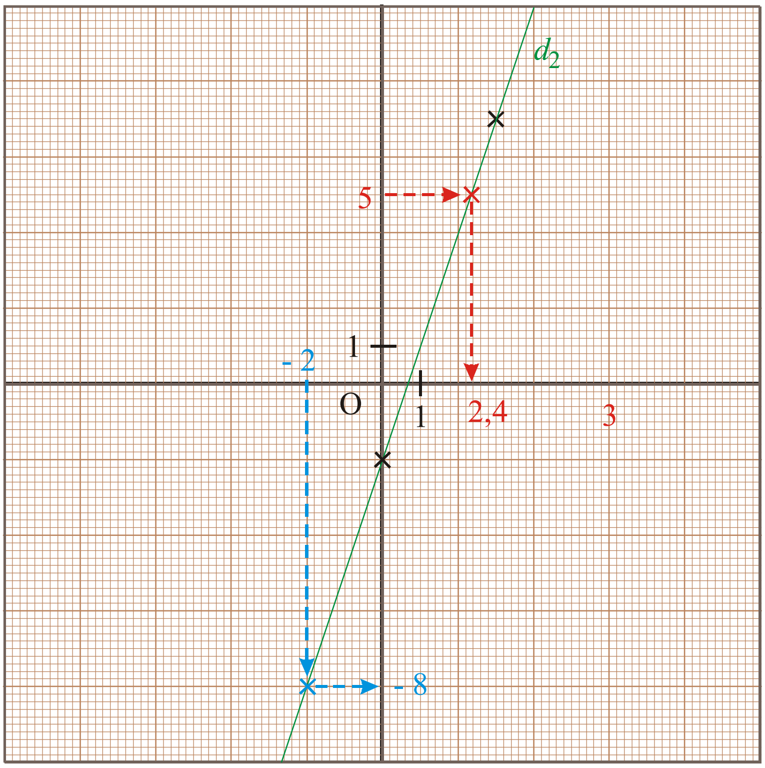
Exemple : soit g la fonction affine telle que $g : x \longmapsto -2x + 7$.
a) Calculer l'image de 3 et de – 7.
b) Calculer l'antécédent de 13.

a) $g(3) = -2 \times 3 + 7 = -6 + 7 = 1$;
$g(-7) = -2 \times (-7) + 7 = 14 + 7 = 21$.
b) Soit x l'antécédent de 13.
$g(x) = 13$
$-2x + 7 = 13$
$-2x = 6$
$x = -3$
L'antécédent de 13 est – 3.

Méthode 2 : tracer la représentation graphique d'une fonction affine
Exemple : soit la fonction $f_2 : x \longmapsto 3\,x - 2$.
a) Tracer la représentation graphique (d_2) de f_2.
b) Déterminer graphiquement l'image de – 2 par f_2, puis l'antécédent de 5

a) f_2 est une fonction affine, sa représentation graphique (d_2) est donc une droite.
$f_2(0) = 3 \times 0 - 2 = 0 - 2 = -2$.
$f_2(3) = 3 \times 3 - 2 = 9 - 2 = 7$.

x	0	3
$f_2(x)$	– 2	7



b) • Graphiquement, l'image de – 2 par f_2 est environ – 8
• Graphiquement, l'antécédent de 5 est environ 2,4.

Exercices n° 7 à 11 X3-10-1

Fo5 Calculer l'antécédent par une fonction affine

Fo6 Représenter graphiquement une fonction affine