Chapitre 6 LES TRIANGLES

INTRODUCTION

De nombreuses constructions géométriques de points, droites et cercles associés à un triangle sont liées par des propriétés qui étaient en bonne part déjà énoncées dans les Éléments d'Euclide, près de 300 ans avant Jésus-Christ. Les relations entre les mesures des angles et les longueurs des côtés sont notamment à l'origine de techniques de calcul de distances par triangulation. Le développement de ces techniques constitue d'ailleurs une branche des mathématiques appelée trigonométrie.

COMPÉTENCES ET ATTENDUS

- Tr1 Construire des triangles
- Tr2 Maîtriser les angles d'un triangle
- Tr3 Connaître et construire un cercle circonscrit
- Re2 Coder une figure

EXEMPLES DE RÉUSSITE :

• L'élève dessine à main levée un triangle en faisant figurer le codage correspondant aux données de l'énoncé.
• L'élève construit un triangle connaissant :
- ► *les longueurs des trois côtés, lorsque la construction est possible ;*
- ► *les longueurs de deux côtés et l'angle compris entre ces deux côtés ;*
- ► *la longueur d'un côté et les deux angles qui lui sont adjacents.*

• L'élève connait et utilise les codes pour les angles droits et pour les égalités d'angles.
• Il connait la définition et la caractérisation sous la forme d'égalité d'angles d'un triangle isocèle et d'un triangle équilatéral.
• L'élève démontre que, dans un triangle équilatéral, chaque angle mesure 60° et il connait ce résultat.
• L'élève sait calculer la mesure des trois angles d'un triangle isocèle à partir de l'une d'elles.
• L'élève comprend pourquoi les trois médiatrices d'un triangle sont concourantes et il est capable de restituer les arguments de la preuve de ce résultat.
• Il en déduit l'existence du cercle circonscrit à un triangle et sait le construire.

PROBLÈMES OUVERTS

① Sachant la somme des trois angles d'un triangle, combien vaut la somme des trois angles d'un quadrilatère ?
D'un pentagone ?
D'un hexagone ?
Chercher à établir une formule qui permette de calculer la somme des angles d'un polygone en fonction du nombre de ses côtés. On pourra appeler *n* se nombre.

② Comment découper un triangle en deux triangles de même aire ?

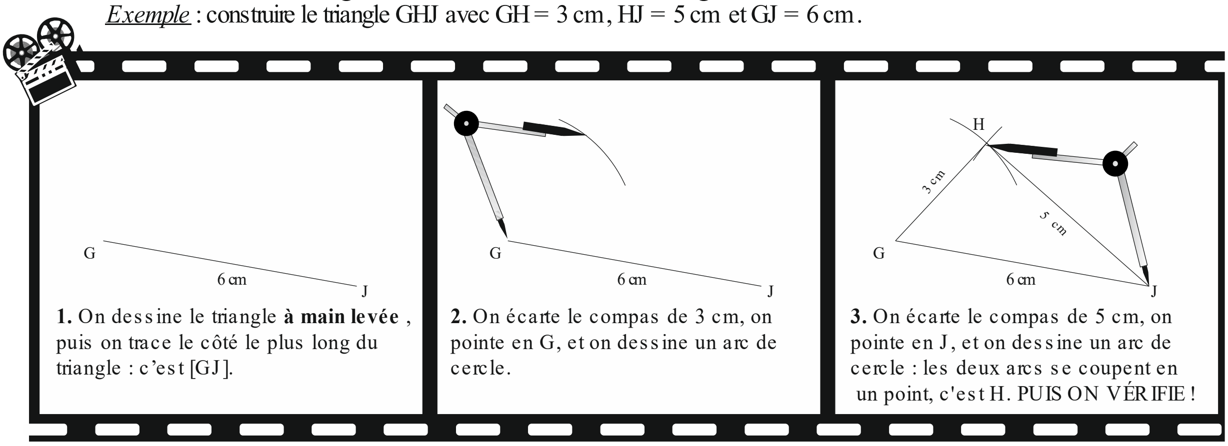
I . Constructions de triangles

Activité 1

Reproduire un triangle (Tr1)

Méthode 1 : construire un triangle connaissant ses trois longueurs

Exemple : construire le triangle GHJ avec GH = 3 cm, HJ = 5 cm et GJ = 6 cm.



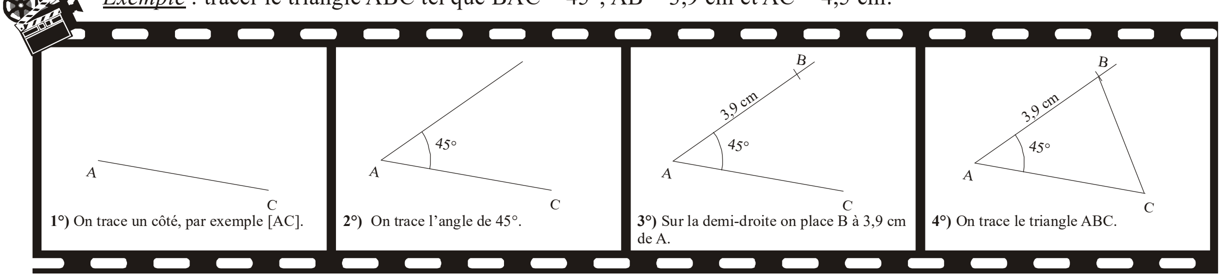
Exercices n° 1 à 5 X661

Tr1 : Construire des triangles (avec 3 longueurs)

Méthode 2 : construire un triangle connaissant deux longueurs et un angle

Exemple :

Exemple : tracer le triangle ABC tel que $\widehat{BAC}$ = 45°, AB = 3,9 cm et AC = 4,5 cm.

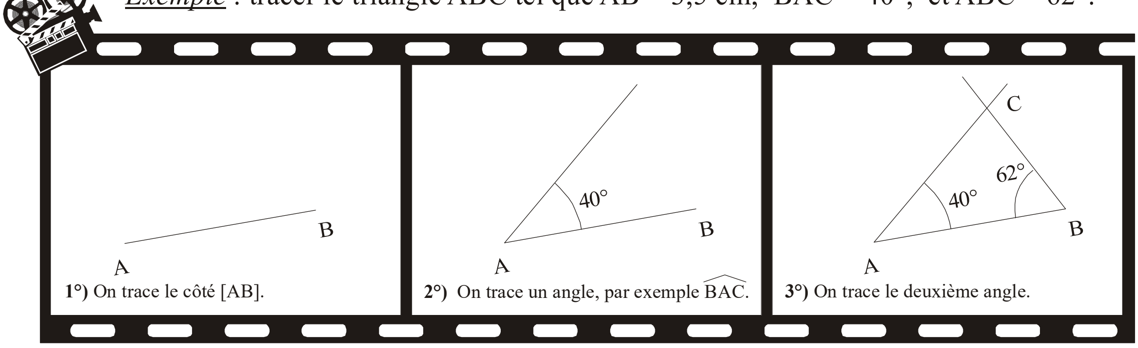


(BC ≈ 6,5 cm)

Méthode 3 : construire un triangle connaissant une longueur et deux angles

Exemple :

Exemple : tracer le triangle ABC tel que AB = 3,5 cm, $\widehat{BAC}$ = 40°, et $\widehat{ABC}$ = 62°.

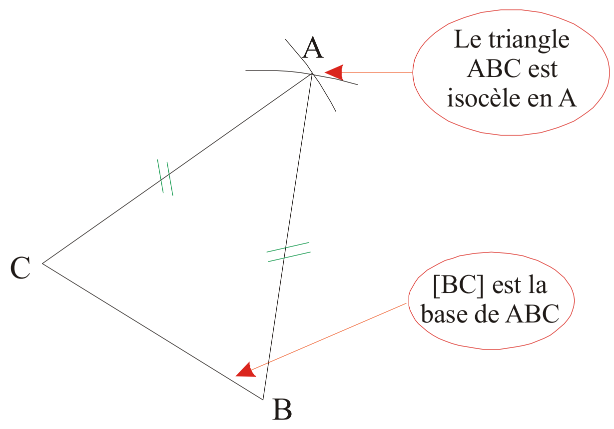


Exercices n° 6 à 9 X661

Tr1 : Construire des triangles (avec angles)

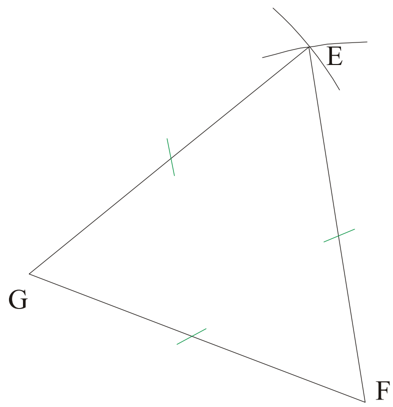
Définition 1 : un triangle **isocèle** est un triangle qui a deux côtés de même longueur.

Exemple : construire un triangle ABC isocèle en A, tel que AB = 6,3 cm et BC = 4 cm.



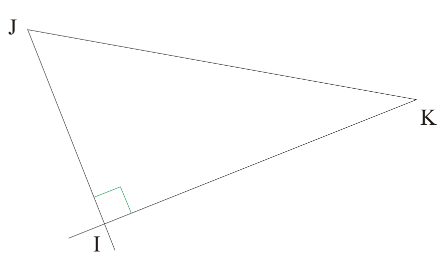
Définition 2 : un triangle **équilatéral** est in triangle qui a ses trois côtés de même longueur.

Exemple : construire un triangle EFG équilatéral tel que FG = 5,2 cm.



Définition 3 : un **triangle rectangle** est un triangle avec un angle droit.

Exemple : construire un triangle IJK rectangle en I, tel que IK = 4,7 cm et IJ = 3,3 cm *(donc KJ ≈ 5,7 cm)*.



Exercices n° 10 à 13 X661
Tr1 : Construire des triangles (particuliers)

II . Angles d'un triangle

Activité en salle info

Découverte de la propriété avec GeoGebra et application avec Mathenpoche

Propriété 1 : dans un triangle, la somme des trois angles vaut toujours 180°.

Méthode 4 : calculer les angles d'un triangle

Exemple : ABC est un triangle tel que AB = 6 cm, $\widehat{ABC} = 33°$ et $\widehat{BAC} = 102°$.

Calculer $\widehat{BCA}$.

① On sait que : dans le triangle ABC, $\widehat{ABC} = 33°$ et $\widehat{BAC} = 102°$.

② On applique : or dans un triangle, la somme des trois angles vaut toujours 180°.

③ On conclut : $\widehat{BCA} = 180° - (\widehat{ABC} + \widehat{BAC})$

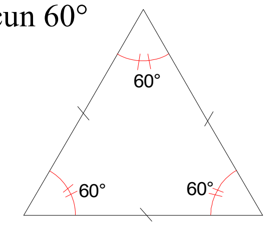
$= 180° - (33° + 102°)$

$= 180° - 135° = 45°$.

Donc l'angle $\widehat{BCA}$ mesure 45°.

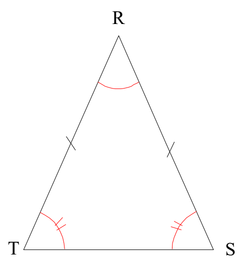
Remarques :

- dans un triangle équilatéral, les trois angles sont égaux et mesurent chacun 60° (180° / 3 = 60°).



- dans un triangle isocèle, les deux angles à la base ont la même mesure.

RST est isocèle en R, donc $\widehat{RTS} = \widehat{RST}$.



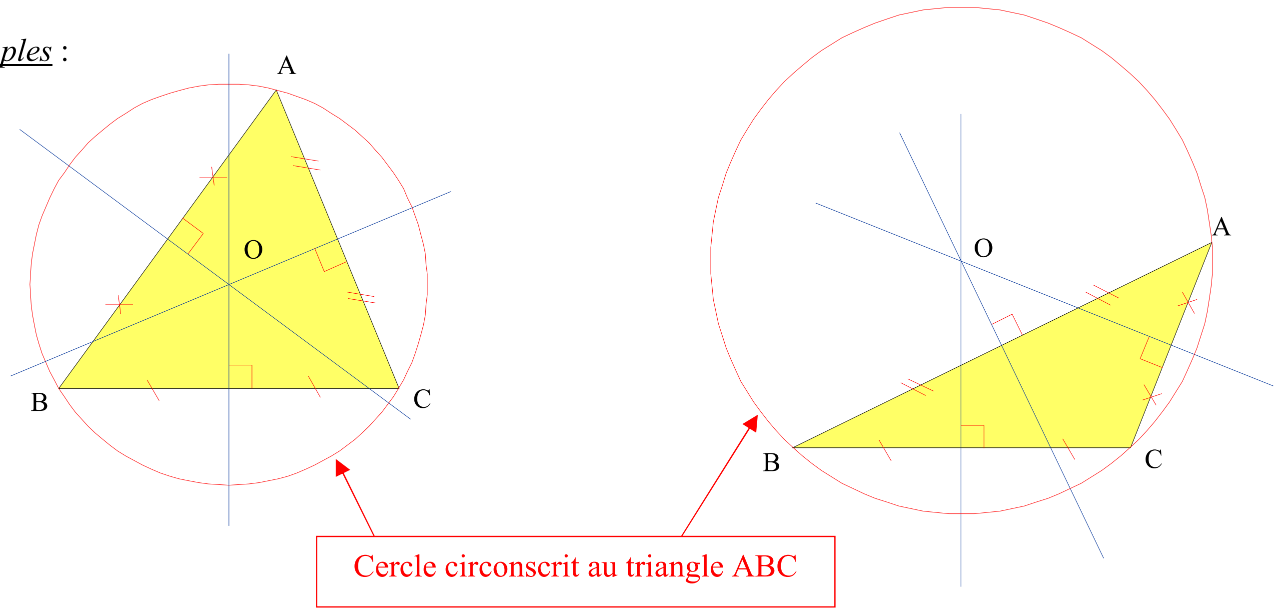
Exercices n°1 à 12 X662

Tr2 : Maîtriser les angles d'un triangle.

III . Le cercle circonscrit

Propriété 2 : les trois **médiatrices** d'un triangle sont **concourantes** : elles se coupent en un seul point.
Ce point est situé à **égale** distance des trois sommets du triangle : c'est le centre du **cercle circonscrit** au triangle.

Exemples :



O est le seul point à égale distance des points A, B et C : OA = OB = OC.

Exercices n° 13 à 17 X 662
Tr3 : Connaître et construire un cercle circonscrit