

INTRODUCTION

Les premières écritures des formules mathématiques étaient écrites sous forme de phrase (voir les éléments d'Euclide en 300 av. J.-C). Dans une phrase l'ordre des opérations est explicite.

Mais, lors de la mise en place du calcul symbolique à la fin du XVI^e siècle et tout au long du XVII^e siècle, se pose alors le problème de l'écriture d'expressions mathématiques complexes.

Descartes et ses successeurs, ont établi de manière implicite les règles de priorité opératoire qui sont utilisées actuellement. L'usage des parenthèses n'intervenant que pour déroger à ces priorités ou lever une ambiguïté sur le contenu.

Lors de l'introduction progressive de la notation symbolique en mathématiques (vers 1600), impulsée par le travail de mathématiciens tels que René Descartes, il a fallu trouver des astuces afin qu'il n'y ait pas de confusion entre différents calculs. Exemple : la somme de 2 et du produit de 3 par 4 risquait d'être confondue avec le produit de la somme de 2 et de 3 par le nombre 4, car les deux expressions s'écrivaient $2 + 3 \times 4$. Après un passage par le vinculum (barre de soulignement destinée à indiquer quel calcul effectuer en premier) et une tentative d'utilisation du point comme marqueur de priorité, ce sont finalement les parenthèses qui furent unanimement adoptées au fur et à mesure de l'expansion du calcul littéral et symbolique.

La décision de faire de la multiplication et de la division des opérations prioritaires, et donc de pouvoir se permettre d'ôter les parenthèses autour de ces opérations lorsqu'il n'y a pas de doute possible, relève quant à elle de la pure convention. [...] l'objectif est de pouvoir se passer du maximum de symboles superflus.



COMPÉTENCES ET ATTENDUS

- EN1 Enchaîner des opérations
- EN2 Connaître et utiliser les priorités opératoires
- EN3 Nommer un calcul
- EN4 Traduire un problème en une seule expression

OBJECTIFS D'APPRENTISSAGE

- Enchaîner des opérations.
- Traduire un problème, une succession donnée d'opérations, un programme de calcul, en une seule expression, en faisant appel ou non à des parenthèses.
- Nommer un calcul, distinguer sommes et produits, termes et facteurs.
- Connaître et utiliser les priorités opératoires.
- Connaître et utiliser la distributivité simple sur des exemples numériques.
- Mobiliser un algorithme dans le cadre du calcul numérique.

PROBLÈMES OUVERTS

- Johanna s'amuse à compléter les pointillés de l'expression :
 $3 \dots 3 \dots 3 \dots 3$
par des signes opératoires (+, -, ×, ÷) et éventuellement par des parenthèses.
Elle affirme pouvoir obtenir tous les nombres entiers de 0 à 10.
Est-ce exact ?

I. Calculs sans parenthèse

Activité 1

Découverte des priorités, calculatrice (EN1 et EN2)

Exercices n° 1 et 2 X511

EN1 : Enchaîner des opérations

Règle 1 : les multiplications et divisions sont **prioritaires** sur les additions et soustractions.

Exemples :

$$\cdot A = 6 + 4 \cdot 8$$

$$= 6 + 32 = 38 ;$$

$$\cdot B = 2 \cdot 15 - 7 \cdot 3$$

$$= 30 - 21 = 9 ;$$

$$\cdot C = 7 - \frac{3}{10}$$

$$= 7 - 3 \text{ , } 10$$

$$= 7 - 0,3 = 6,7.$$

Exercices n° 3 à 7 X511

EN2 : Connaître et utiliser les priorités opératoires

Règle 2 : quand toutes les opérations ont la même priorité, on effectue toujours le **premier** calcul (et que lui !), dans l'ordre, de gauche à droite.

Exemples :

$$\cdot D = 24 - 3 - 8 - 8$$

$$= 21 - 8 - 8$$

$$= 13 - 8 = 5 ;$$

$$\cdot E = 12 \cdot 3 \text{ , } 4 \text{ , } 2$$

$$= 36 \text{ , } 4 \text{ , } 2$$

$$= 9 \text{ , } 2 = 4,5.$$

$$\cdot F = 2 + 3 \cdot 5 - 8 \text{ , } 4$$

$$= 2 + 15 - 8$$

$$= 17 - 8 = 9 ;$$

Exercices n° 8 à 11 X511

EN2 : Connaître et utiliser les priorités opératoires

Exercices n° 12 à 14 X511

EN4 : Traduire un problème en une seule expression

II . Calculs avec parenthèses

Activité 2

Problèmes et expressions avec ou sans parenthèses (EN4)

Règle 3 : on effectue **d'abord** les calculs entre parenthèses, en commençant par les parenthèses les plus intérieures.

Exemples :

$$\begin{aligned} \cdot G &= 8 \times (6 + 4) - 1 \\ &= 8 \times 10 - 1 \\ &= 80 - 1 = 79 ; \\ \cdot H &= 30 \times (4 + 3) - [37 - (20 - 3)] \\ &= 30 \times 7 - (37 - 17) \\ &= 210 - 20 = 190 ; \\ \cdot I &= \frac{3 + 5}{4} \\ &= (3 + 5) : 4 \\ &= 8 : 4 = 2 ; \\ \cdot J &= \frac{9}{5 - 2} \\ &= 9 : (5 - 2) \\ &= 9 : 3 = 3. \end{aligned}$$

Exercices n° 1 à 8 X512

EN2 : Connaître et utiliser les priorités opératoires

Exercices n°9 à 13 X512

EN4 : Traduire un problème en une seule expression

Exercices n°1 à 11 X513

EN4 : Traduire un problème en une seule expression

Exercices n°12 à 17 X513

EN3 : Nommer un calcul