

INTRODUCTION

De nombreuses constructions géométriques de points, droites et cercles associés à un triangle sont liées par des propriétés qui étaient en bonne part déjà énoncées dans les Éléments d'Euclide, près de 300 ans avant Jésus-Christ. Les relations entre les mesures des angles et les longueurs des côtés sont notamment à l'origine de techniques de calcul de distances par triangulation. Le développement de ces techniques constitue d'ailleurs une branche des mathématiques appelée trigonométrie.

COMPÉTENCES ET ATTENDUS

- Tr1 Maîtriser les angles d'un triangle
- Tr2 Construire des triangles
- Tr3 Connaître les propriétés des médiatrices
- Tr4 Connaître les propriétés des hauteurs
- Tr5 Connaître les propriétés des médianes
- Tr6 Calculer l'aire d'un triangle

Objectifs d'apprentissage

- Connaître la somme des angles d'un triangle et savoir la démontrer.
- Construire des triangles à partir de données partielles.
- Connaître les propriétés des médiatrices et du cercle circonscrit dans le cas de triangles particuliers.
- Calculer l'aire d'un triangle.
- Définir et tracer les hauteurs dans un triangle.
- Savoir que les hauteurs d'un triangle sont concourantes.
- Définir et tracer les médianes dans un triangle.
- Démontrer qu'une médiane partage un triangle en deux triangles d'aires égales.
- Utiliser ces propriétés dans le cas de triangles particuliers.

PROBLÈMES OUVERTS

① Sachant la somme des trois angles d'un triangle, combien vaut la somme des trois angles d'un quadrilatère ?

D'un pentagone ?

D'un hexagone ?

Chercher à établir une formule qui permette de calculer la somme des angles d'un polygone en fonction du nombre de ses côtés. On pourra appeler n ce nombre.

② Comment découper un triangle en deux triangles de même aire ?

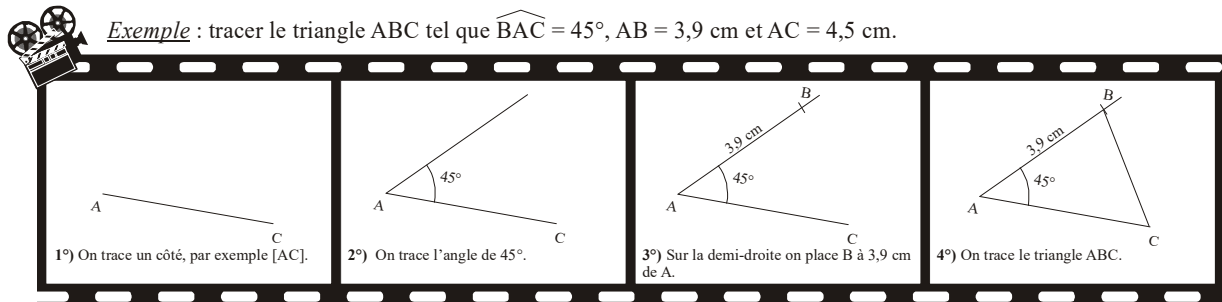
I. Constructions de triangles

Méthode 1 : construire un triangle

Exemples :

1°) Tracer un triangle connaissant les longueurs de deux côtés et l'angle qu'ils forment

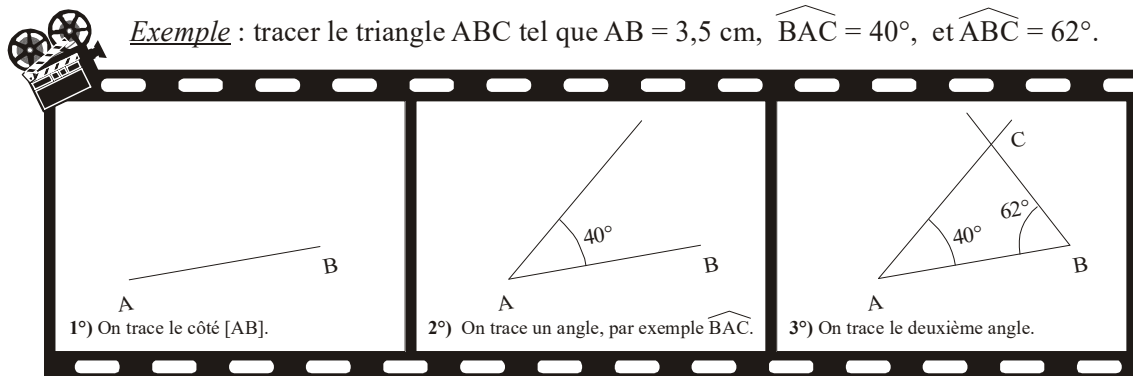
Exemple : tracer le triangle ABC tel que $\widehat{BAC} = 45^\circ$, $AB = 3,9$ cm et $AC = 4,5$ cm.



($BC \approx 6,5$ cm)

2°) Tracer un triangle connaissant les longueurs d'un côté et les deux angles adjacents

Exemple : tracer le triangle ABC tel que $AB = 3,5$ cm, $\widehat{BAC} = 40^\circ$, et $\widehat{ABC} = 62^\circ$.



[Exercices n° 1 à 7 X521](#)

Tr2 : Construire des triangles

II. Angles d'un triangle

Activité en salle info

Découverte de la propriété avec GeoGebra et application avec Mathenpoche

Propriété 1 : dans un triangle, la somme des trois angles vaut toujours 180° .

Méthode 2 : calculer les angles d'un triangle

Exemple : ABC est un triangle tel que $AB = 6$ cm, $\widehat{ABC} = 33^\circ$ et $\widehat{BAC} = 102^\circ$.

Calculer $\widehat{BCA}$.

① On sait que : dans le triangle ABC, $\widehat{ABC} = 33^\circ$ et $\widehat{BAC} = 102^\circ$.

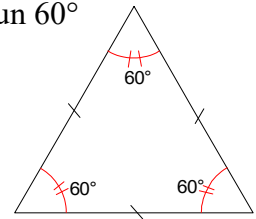
② On applique : or dans un triangle, la somme des trois angles vaut toujours 180° .

③ On conclut : $\widehat{BCA} = 180^\circ - (\widehat{ABC} + \widehat{BAC})$
 $= 180^\circ - (33^\circ + 102^\circ)$
 $= 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$.

Donc l'angle $\widehat{BCA}$ mesure 45° .

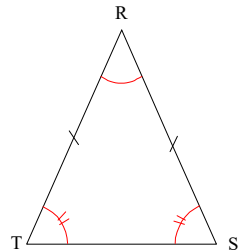
Remarques :

- dans un triangle équilatéral, les trois angles sont égaux et mesurent chacun 60° ($180^\circ / 3 = 60^\circ$).



- dans un triangle isocèle, les deux angles à la base ont la même mesure.

RST est isocèle en R, donc $\widehat{RTS} = \widehat{RST}$.



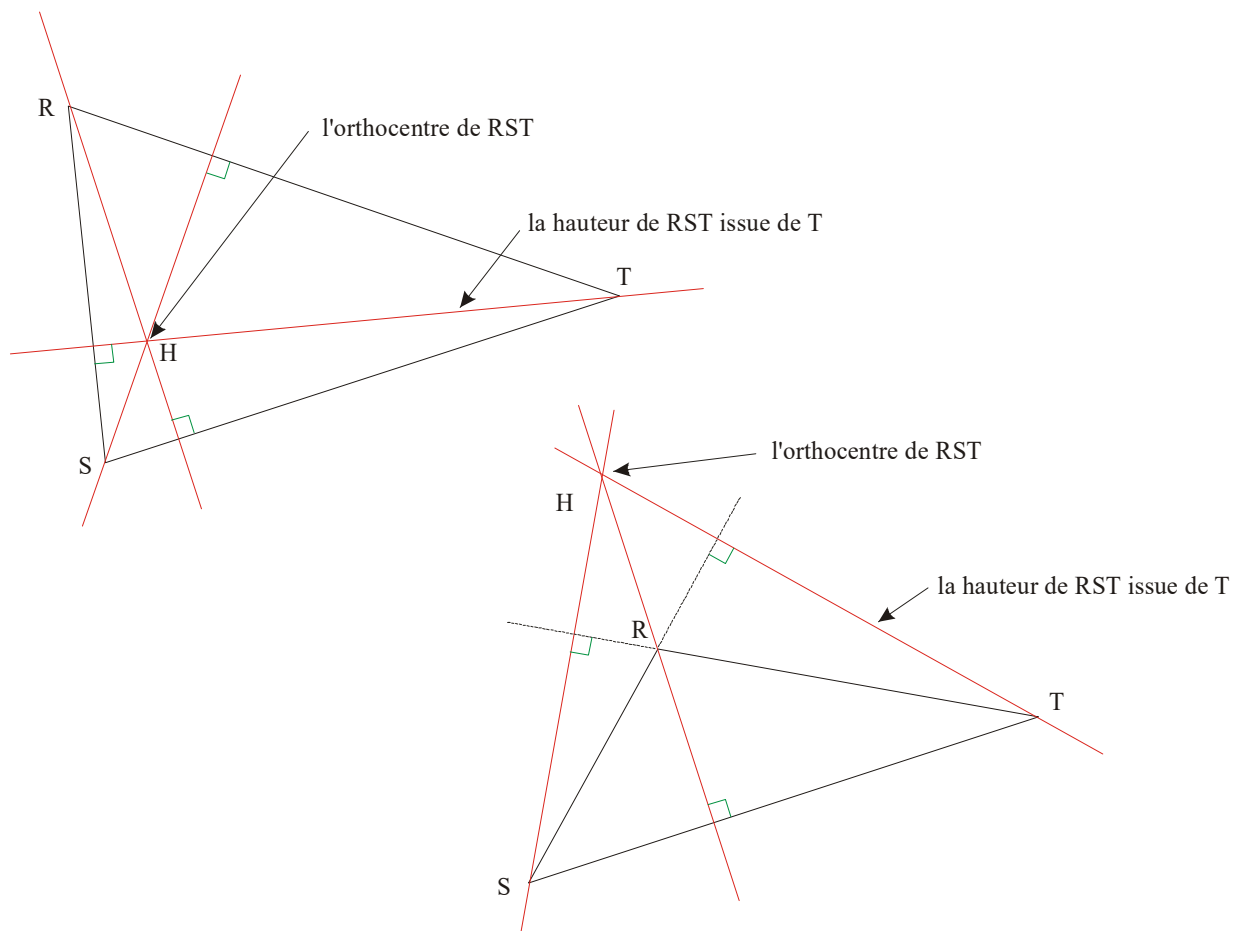
[Exercices n° 8 à 15 X521, n° 1 et 2 X522](#)

Tr1 : Maîtriser les angles d'un triangle

III . Aire d'un triangle

Définition 1 : dans un triangle, une **hauteur** est une droite qui passe par un sommet et forme un angle droit avec le côté opposé.

Exemples :



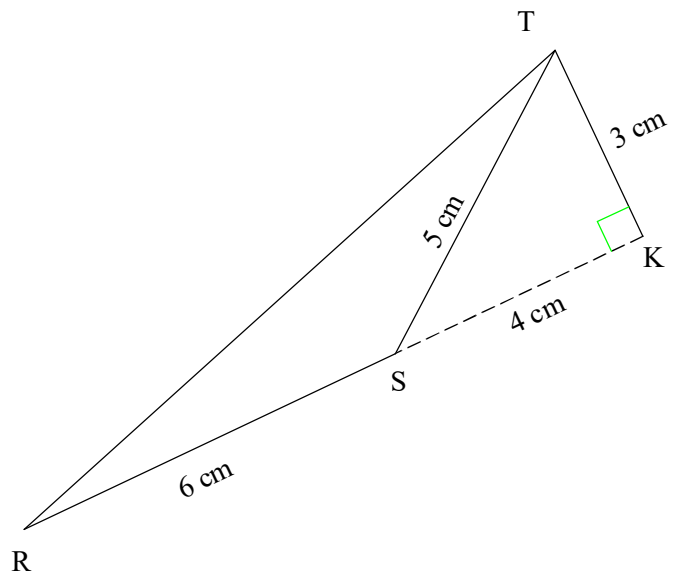
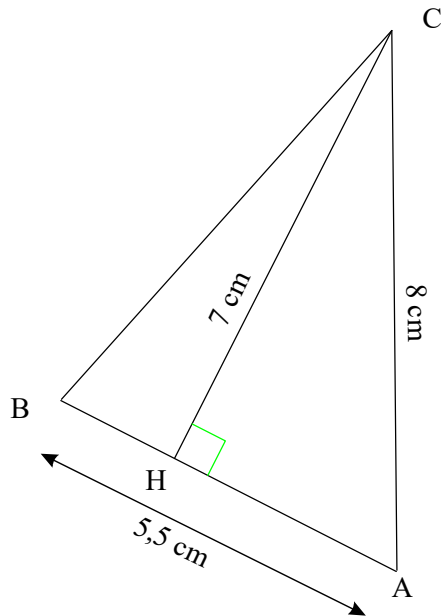
[Exercices n° 3 à 7 X522](#)

Tr5 : Construire les hauteurs d'un triangle.

Propriété 2 : l'aire d'un triangle est égale au demi-produit d'un côté par la hauteur **correspondante**.

$$\mathcal{A} = \frac{\text{côté} \times \text{hauteur correspondante}}{2}$$

Exemples : calculer l'aire des triangles ABC et RST.



$$\bullet \frac{AB \times CH}{2} = \frac{5,5 \times 7}{2} = \frac{38,5}{2} = 19,25 \text{ (en cm}^2\text{)}.$$

ABC a une aire de 19,25 cm².

$$\bullet \frac{RS \times TK}{2} = \frac{6 \times 3}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ (en cm}^2\text{)}.$$

RST a une aire de 9 cm².

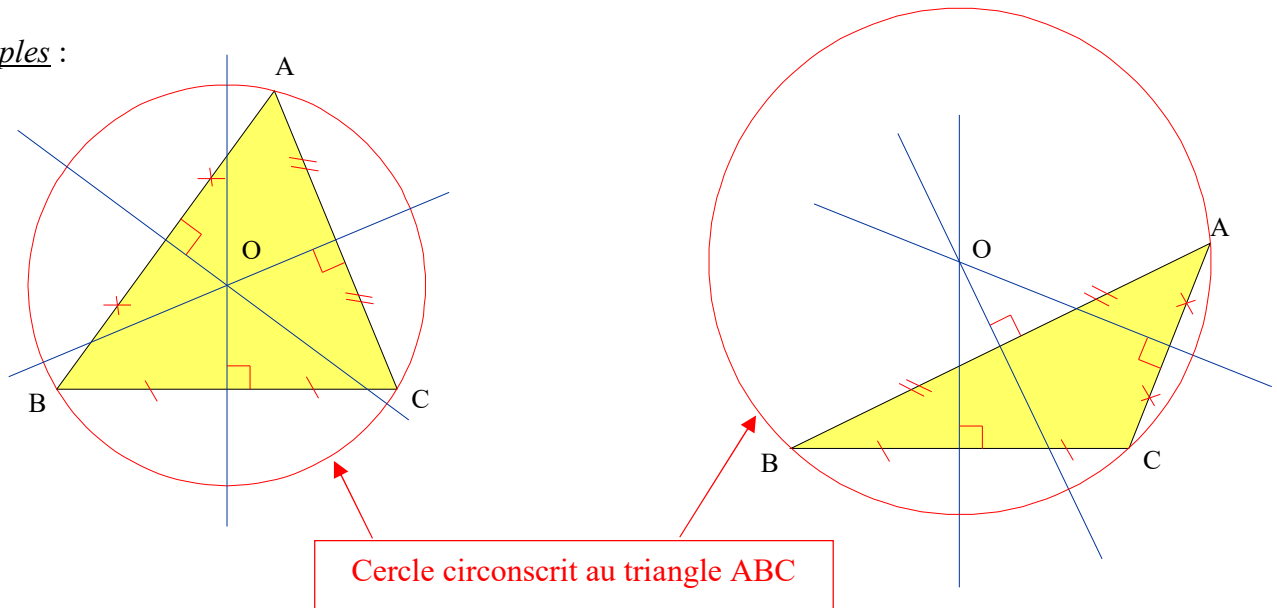
[Exercices n° 8 à 10 X522, n° 1 à 3 X523](#)

Tr6 : Calculer l'aire d'un triangle.

IV . Médiatrices et médianes

Propriété 3 : les trois **médiatrices** d'un triangle sont **concurrentes**. Leur point d'intersection est situé à **égale distance** des trois sommets du triangle : c'est le centre du **cercle circonscrit** au triangle.

Exemples :



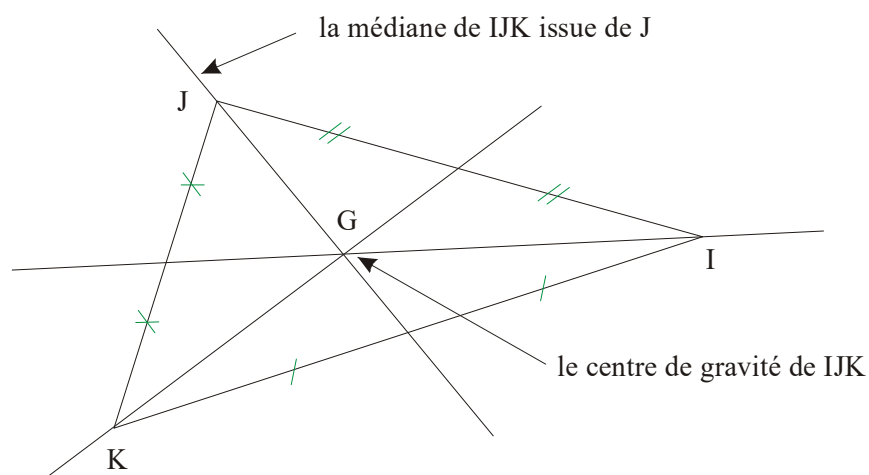
O est le seul point à égale distance des points A, B et C : $OA = OB = OC$.

[Exercices n° 4 à 7 X523](#)

Tr3 : Connaître les propriétés des médiatrices

Définition 2 : dans un triangle, une **médiane** est une droite qui passe par un sommet et par le milieu du côté opposé.

Exemple :



Propriété 4 : la médiane d'un triangle partage ce triangle en deux triangles d'aires égales.

[Exercices n° 9 à 13 X523](#)

Tr5 : Connaître les propriétés des médianes