Chapitre 3 LA PROPORTIONNALITÉ

INTRODUCTION

Voici un extrait du livre V des éléments d'Euclide :
« On dit de quatre grandeurs, a, b, c et d, prises dans cet ordre, que la première est à la deuxième dans le même rapport que la troisième est à la quatrième, quand n'importe quel équimultiple de la première et de la troisième grandeur est en même temps et respectivement soit supérieur, soit égal, soit inférieur à n'importe quel autre équimultiple de la deuxième et de la quatrième grandeur. »

On retrouve la proportionnalité en ancienne Égypte, sous forme de tableau. La seule opération utilisée était l'addition.

COMPÉTENCES ET ATTENDUS

- Pp1 Reconnaître une situation de proportionnalité
- Pp2 Résoudre un problème de proportionnalité
- Pp3 Tracer et utiliser un graphique

Objectifs d'apprentissage

- *Utiliser des proportions, des pourcentages.*
- *Calculer, appliquer des proportions, des pourcentages.*
- *Identifier des situations de proportionnalité dans des contextes concrets (prix, recettes, distances, échelles).*
- *Utiliser un coefficient de proportionnalité dans des contextes concrets (prix unitaire, vitesse moyenne, échelle, etc.).*
- *Représenter une situation de proportionnalité par un tableau ou un graphique.*
- *Reconnaitre une situation de proportionnalité à partir d'un tableau ou d'un graphique.*
- *Reconnaitre graphiquement qu'un nuage de points est ou n'est pas associé à une situation de proportionnalité entre données discrètes*
- *Dans le plan muni d'un repère orthogonal :*
  - *lire les coordonnées d'un point donné ;*
  - *placer un point de coordonnées données.*

I . Reconnaître une situation de proportionnalité

Exemple 1

a) Explique si ces tableaux sont des tableaux de proportionnalité.

①

2	3	4	7
3,3	4,95	6,6	11,55

②

3	4	5	6
6	7	8	9

> *Définition 1* : il y a **proportionnalité** dans un tableau quand on passe d'une ligne à l'autre *en multipliant par un même nombre (le coefficient)*

Tableau ①

$\frac{3,3}{2} = 1,65$

$\frac{4,95}{3} = 1,65$

$\frac{6,6}{4} = 1,65$

$\frac{11,55}{7} = 1,65$

Les quatre quotients sont égaux.
Donc c'est un tableau de proportionnalité de coefficient 1,65.

Tableau ②

$\frac{6}{3} = 2$

$\frac{7}{4} = 1,75$

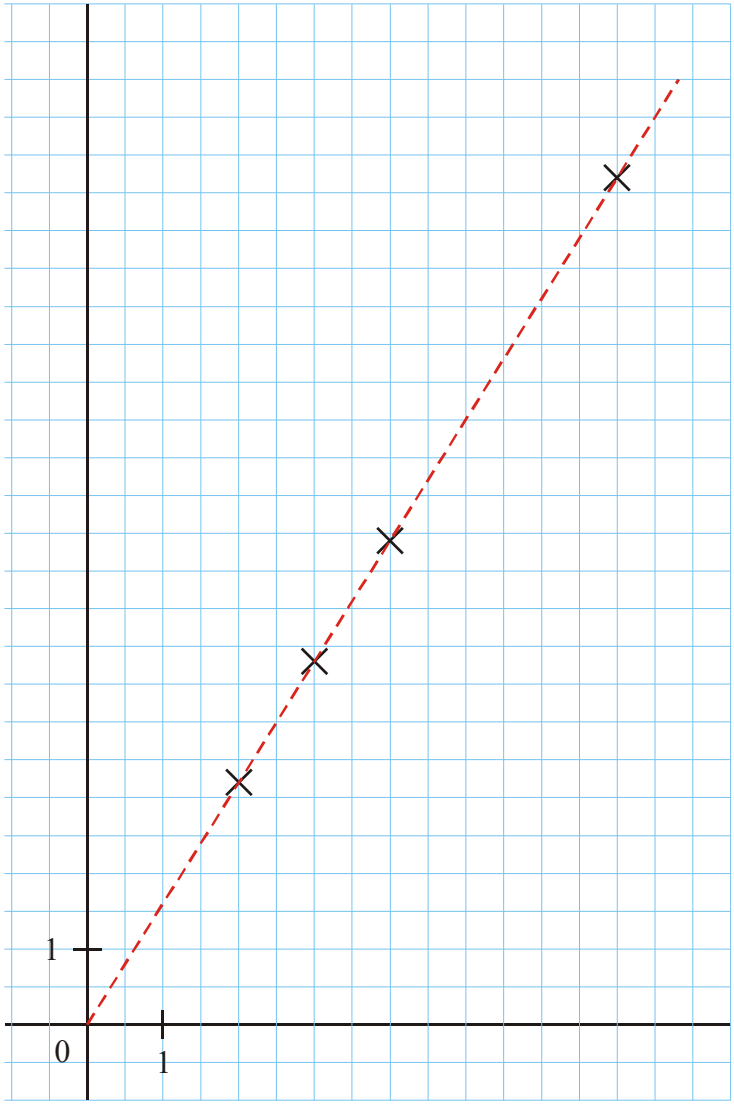
Il y a deux quotients différents.
Donc ce n'est pas un tableau de proportionnalité.

Exercices n° 1 et 2 X531
Pp1 : Reconnaître une situation de proportionnalité

b) Trace un graphique pour les deux tableaux précédents sur ton cahier : à quoi reconnaît-on le graphique qui traduit une proportionnalité ?

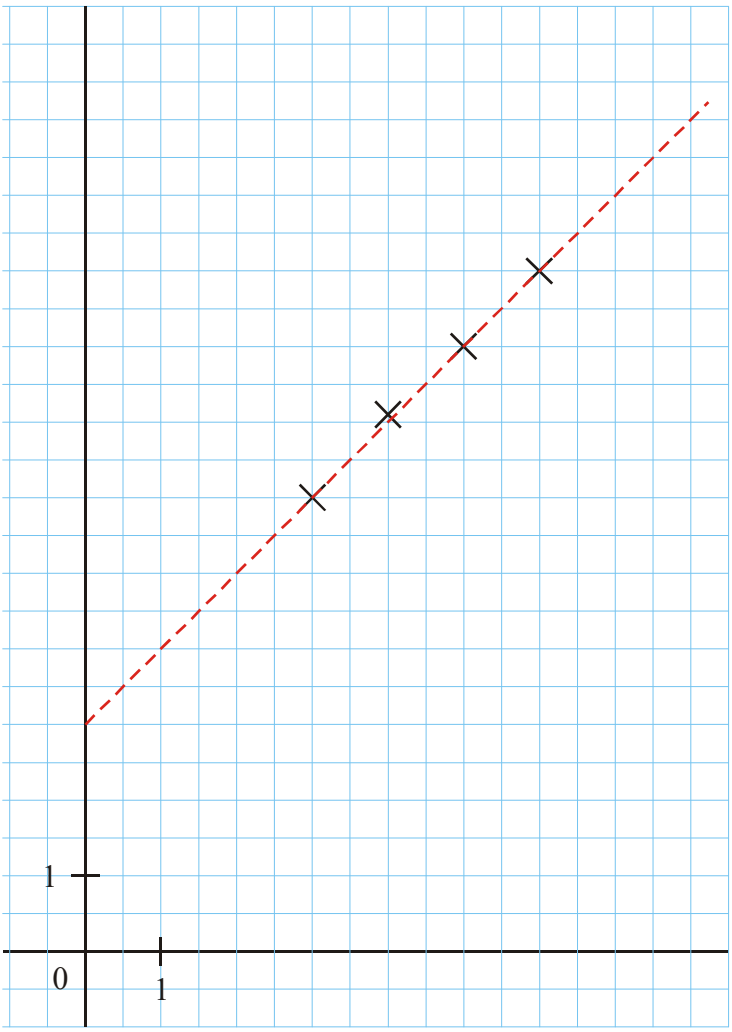
> *Propriété 1* : un graphique traduit une proportionnalité quand c'est une *droite passant par l'origine du repère.*

Graphique ①



On obtient une droite passant par l'origine du repère.

Graphique ②



On obtient une droite, mais ne passant pas par l'origine du repère.

Exemple 2

Dans un livre de cuisine on trouve le tableau :

Nombre de personnes	4	6	12
Masse de farine (en g)	200	300	600



a) La masse de farine est-elle proportionnelle avec le nombre de personnes ? Pourquoi ?

b) Sur un graphique, place les points dont les abscisses sont les nombres de personnes du tableau et les ordonnées les poids de farine correspondant. Le graphique confirme-t-il tes calculs ? Pourquoi ?

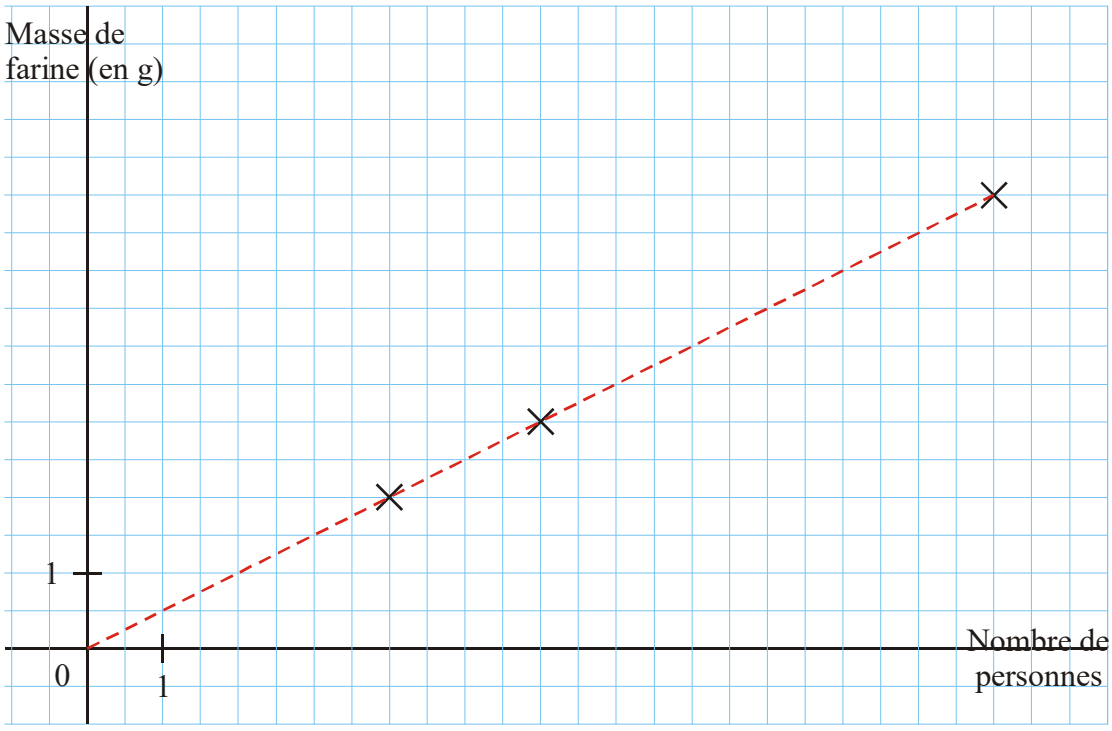
a) $\frac{200}{4} = 50$

$\frac{300}{6} = 50$

$\frac{600}{12} = 50$

Les trois quotients sont égaux.
Donc la masse de farine est proportionnelle avec le nombre de personnes (avec 50 g de farine par personne).

b)



Le graphique est une droite passant par l'origine du repère.
Donc il traduit bien une situation de proportionnalité, cela confirme nos calculs.

Exercices n° 3 à 6 X531
Pp1 : Reconnaître une situation de proportionnalité

Exercices n° 7 à 12 X531
Pp3 : Tracer et utiliser un graphique

II . Quatrième proportionnelle

Exemple 3

Calcule les données manquantes dans les tableaux de proportionnalité suivants :

①

9	y	6	4
x	50	30	z

②

3	x	15	21
11	22	y	z

Tableau ①

$\frac{30}{6} = 5.$

Le coefficient de proportionnalité est 5.

$x = 9 \times 5 = 40$

$y = \frac{50}{5} = 10$

$z = 4 \times 5 = 20$

Tableau ②

- $11 \times 2 = 22$

On passe de la 1ère à la 2ème colonne en multipliant par 2.

$x = 3 \times 2 = 6$

- $3 \times 5 = 15$

On passe de la 1ère à la 3ème colonne en multipliant par 5.

$y = 11 \times 5 = 55$

- $15 + 6 = 21$

On obtient la 4ème colonne en ajoutant la 2ème et la 3ème colonnes.

$z = 22 + 55 = 77$

Exercices n° 1 à 5 X532

Pp2 : Résoudre un problème de proportionnalité

Exemple 4 : résous les problèmes suivants (avec un tableau) :

a) 6 litres d'huile coûtent 23,04 €. Combien coûtent 10 litres ?

b) 9 kg de fruits coûtent 16 €. Quel poids de fruits a-t-on pour 24 € ?

a)

Quantité d'huile (en l)	6	10
Prix (en €)	23,04	x

$\frac{23,04}{6} = 3,84$

Le coefficient de proportionnalité est 3,84 (1 l d'huile coûte 3,84 €).

$x = 10 \times 3,84 = 38,4$ (en €)

Donc 10 l d'huile coûtent 38,40 €.

b)

Masse de fruits (en kg)	9	x
Prix (en €)	16	24

$\frac{24}{16} = 1,5$

On passe de la 1ère à la 2ème colonne en multipliant par 1,5.

$x = 9 \times 1,5 = 13,5$ (en kg)

Donc pour 24 €, on obtient 13,5 kg de fruits.

Exercices n° 6 à 14 X532

Pp2 : Résoudre un problème de proportionnalité